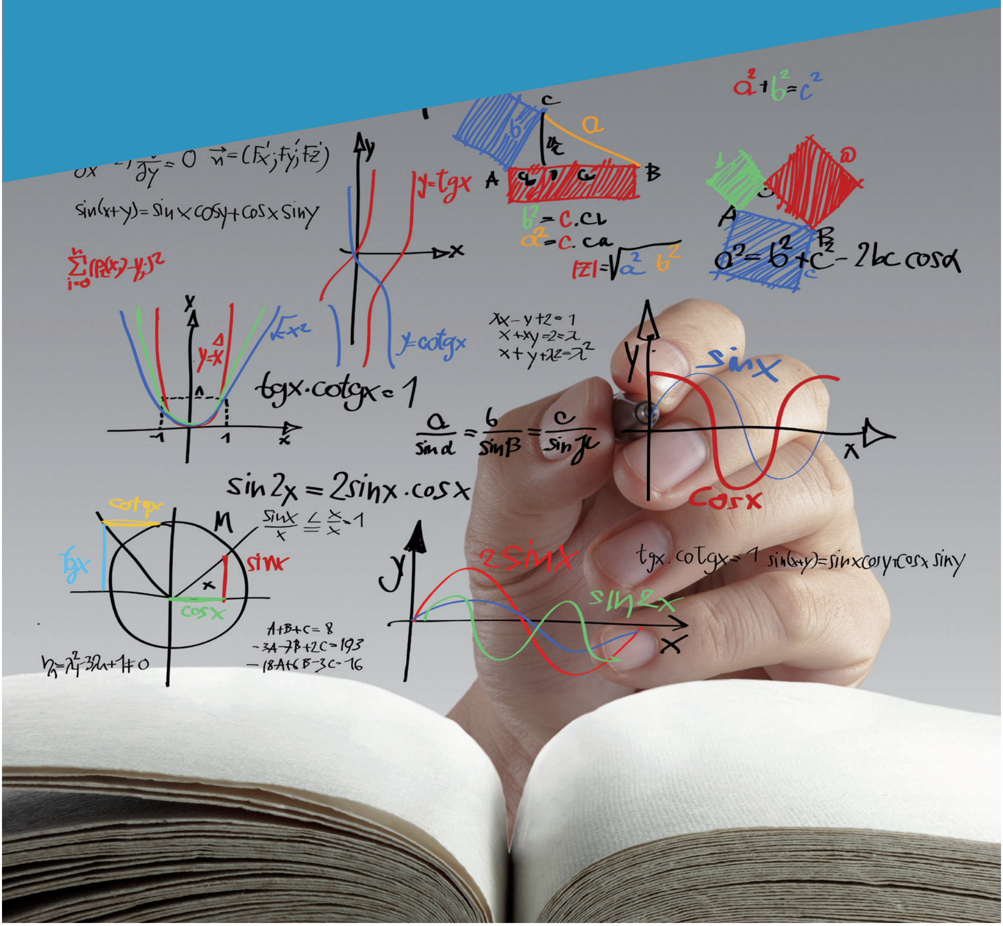
Peiling Wiskunde

in de derde graad aso, kso en tso



Vlaanderen
is onderwijs

www.ond.vlaanderen.be/curriculum/peilingen

Bekijk de digitale versie op:

http://www.ond.vlaanderen.be/curriculum/peilingen
http://www.vlaanderen.be/nl/publicaties

De brochure 'Peiling wiskunde in de derde graad aso, kso en tso' is gebaseerd op de resultaten van het peilingsonderzoek. Dit onderzoek werd uitgevoerd door het 'Steunpunt toetsontwikkeling en peilingen' in opdracht van de Vlaamse minister van Onderwijs.

Het onderzoek gebeurde onder leiding van Prof. dr. Rianne Janssen en werd gecoördineerd door dr. Eef Ameel en dr. Daniël Van Nijlen.

Deze brochure werd samengesteld door het onderzoeksteam van het 'Steunpunt toetsontwikkeling en peilingen', in samenwerking met het team Curriculum van AKOV.

Voorwoord

De eindtermen realiseren met de leerlingen is een maatschappelijke opdracht van elke school. Deze minimumdoelen zijn daarom belangrijke kwaliteitsnormen voor het onderwijs. Ze moeten kwaliteitsvol onderwijs voor iedereen garanderen. Om betrouwbare en objectieve informatie te verzamelen over de mate waarin ons onderwijssysteem erin slaagt om de eindtermen daadwerkelijk bij de leerlingen te realiseren, werd het systeem van periodieke peilingen ingevoerd.

In 2002 en 2009 onderzochten we in welke mate de leerlingen op het einde van het basisonderwijs de eindtermen wiskunde beheersten. Enkele jaren later, in 2009, peilden we naar de mate waarin de leerlingen op het einde van de eerste graad A-stroom de eindtermen van de basisvorming behaalden. Vervolgens werd in 2011 een peiling afgenomen over de eindtermen van de basisvorming wiskunde in de tweede graad.

Deze brochure beschrijft de resultaten van de peilingen wiskunde in de derde graad aso, kso en tso. Deze peilingen werden afgenomen in 2014 en vormen het sluitstuk van de hele reeks.

De resultaten zijn niet alleen interessant voor de overheid en al wie bij het wiskundeonderwijs betrokken is. Met dit niveau stromen jongeren immers door naar het vervolgonderwijs of naar de arbeidsmarkt. Beschikken de leerlingen over de nodige wiskundige basiscompetenties om aan het maatschappelijk leven te participeren? Zijn de leerlingen uit de pool wiskunde voldoende voorbereid om succesvol door te stromen naar technische en wetenschappelijke opleidingen in hoger onderwijs?

In het kader van de modernisering van het secundair onderwijs zal het debat over de wiskundige competenties niet ontbreken. Daarom nodig ik alle betrokkenen uit om samen na te denken over wat goed is en wat beter kan. Op die manier vervullen de peilingen hun kernfunctie: ze bieden niet alleen informatie over de onderwijskwaliteit maar voeden ook het ruimere maatschappelijke debat over onderwijs.

Ik wil iedereen bedanken die meewerkte aan dit onderzoek: de leerlingen, de leerkrachten, de directies, het onderzoeksteam en de toetsassistenten. Zij hebben door hun deelname een belangrijke bijdrage geleverd aan de realisatie van het kwaliteitsbeleid in het Vlaamse onderwijs.

Hilde Crevits
Viceminister-president van de Vlaamse Regering, Vlaams minister van Onderwijs

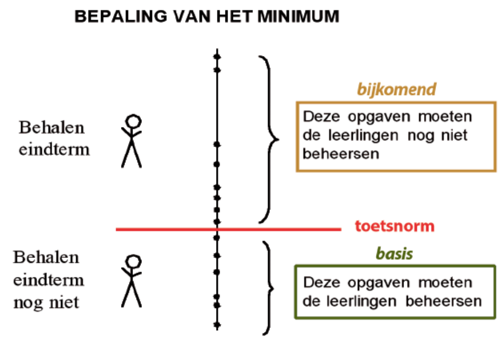
1. Peilingsonderzoek in het Vlaamse onderwijs

Peilingsonderzoek gaat bij een representatieve steekproef van scholen en leerlingen na of voldoende leerlingen de eindtermen beheersen. Eindtermen zijn minimumdoelen voor kennis, inzicht, vaardigheden en attitudes die de overheid noodzakelijk en bereikbaar acht voor een bepaalde leerlingenpopulatie. Met die minimumdoelen wil de overheid garanties inbouwen zodat jongeren zelfstandig kunnen functioneren in onze maatschappij en succesvol kunnen starten in het vervolgonderwijs en op de arbeidsmarkt.

De peilingen bieden daarnaast de mogelijkheid om te onderzoeken of er systematische verschillen zijn tussen scholen in de mate van beheersing van de eindtermen door hun leerlingen en in welke mate eventuele schoolverschillen samenhangen met bepaalde school- of leerlingkenmerken. Kansengelijkheid veronderstelt immers dat er geen grote verschillen tussen scholen zijn in het realiseren van de minimumdoelen. Als peilingsonderzoek kenmerken identificeert die samenhangen met minder goede prestaties, kunnen de overheid en de scholen hieraan werken. Om dergelijke analyses mogelijk te maken, vragen de onderzoekers ook bijkomende informatie aan de leerlingen, hun ouders en hun leerkrachten.

De toetsen zelf worden ontwikkeld op basis van de eindtermen, waarbij voor elke getoetste eindterm toetsopgaven in verschillende beheersingsniveau's worden ontwikkeld. De opgaven worden op basis van de leerlingprestaties gerangschikt van makkelijk naar moeilijk op een meetschaal, die aan deskundigen (leraren, pedagogisch begeleiders, inspecteurs, beleidsmakers en lerarenopleiders) wordt voorgelegd. Op basis van een inhoudelijke analyse van de opgaven duiden zij op de meetschaal een toetsnorm of cesuur aan. Deze toetsnorm verdeelt de meetschaal in twee groepen opgaven: basisopgaven en bijkomende opgaven.

Nadat leerlingen de toetsopgaven hebben opgelost, worden ze op dezelfde meetschaal geplaatst in toenemende mate van vaardigheid. De toetsnorm bepaalt daarbij welke opgaven de leerlingen ten minste moeten beheersen om de eindtermen te bereiken. Leerlingen die op de meetschaal boven de minimumnorm zijn gesitueerd, behalen de eindtermen. Figuur 1 geeft de logica van de toetsnorm schematisch weer.



Figuur 1 – De toetsnorm met een opdeling van toetsopgaven en leerlingen

Scholen in de steekproef worden door het onderzoeksteam geselecteerd, maar nemen volkomen vrijwillig deel. Scholen of leerkrachten ondervinden geen negatieve gevolgen van de resultaten van hun leerlingen bij een peiling. Ook de verdere schoolloopbaan van de deelnemende leerlingen hangt er niet van af. De resultaten van scholen, klassen en leerlingen blijven gegarandeerd anoniem. De deelnemende scholen krijgen wel feedback over hun resultaat. Ze kunnen die informatie gebruiken als vertrekpunt voor reflectie en zelfevaluatie. Geen enkele andere instantie krijgt zicht op de resultaten van een specifieke school.

Het is niet de bedoeling dat alle scholen aan een peiling deelnemen. Een steekproef van scholen en leerlingen volstaat. Om tegemoet te komen aan de vraag van andere scholen naar goede instrumenten om na te gaan in welke mate hun leerlingen de eindtermen bereiken, worden gelijktijdig met de ontwikkeling van peilingstoetsen parallelversies gemaakt. Die paralleltoetsen meten hetzelfde als de peilingstoetsen, maar bestaan uit andere - gelijkaardige - opgaven. De overheid stelt deze paralleltoetsen vrijblijvend ter beschikking van alle scholen via de website http://www.paralleltoetsen.be. Wanneer scholen de paralleltoetsen afnemen, krijgen ze hierover feedback. Zo kunnen scholen uit de peilingssteekproef en scholen die de paralleltoetsen afnemen, zichzelf evalueren op basis van de resultaten op wetenschappelijk onderbouwde toetsen.

2. De peiling wiskunde

Met de peiling wiskunde gaan we na of leerlingen op het einde van de derde graad de voor hen geldende eindtermen bereiken. Dit toetsten we enerzijds in het kunstsecundair onderwijs en technisch secundair onderwijs (kso en tso) voor de voor hen geldende eindtermen en anderzijds in het algemeen secundair onderwijs (aso), zowel voor de eindtermen van de basisvorming als voor de specifieke eindtermen voor studierichtingen met een pool wiskunde. Wanneer we in de rest van deze brochure 'kso en tso' gebruiken, verwijst dit naar de steekproef van dit onderzoek waarbij kso, net zoals in de populatie, slechts een minderheid van de leerlingen uitmaakt. De leerlingen uit het kso en tso legden de toetsen af op 20 mei 2014. De peiling voor de leerlingen uit het aso vond plaats op 20 en 21 mei 2014. Enkel de leerlingen uit studierichtingen met een pool wiskunde legden op beide dagen toetsen af, waarbij ze 20 mei de toetsen maakten over de basisvorming en 21 mei die over de specifieke eindtermen.

WELKE TOETSEN WERDEN AFGENOMEN?

In de derde graad van het secundair onderwijs zijn er grote verschillen tussen studierichtingen in het aantal lesuren wiskunde. In aso en kso-tso zijn er studierichtingen met een minimaal pakket wiskunde. In kso en tso correspondeert dit vaak met twee wekelijkse lestijden. Voor aso gaat het meestal om een pakket van drie lestijden. Aan het andere uiteinde van het spectrum zijn er studierichtingen, zowel in aso als kso-tso, waarin elke week zes, zeven of acht lestijden aan wiskunde worden besteed. Tussen deze twee uitersten zijn er zowel in aso als in kso-tso studierichtingen waar bijkomende leerstof of verdieping in complementaire uren wordt aangeboden.

Voor alle studierichtingen gelden de eindtermen basisvorming van de corresponderende onderwijsvorm. Enkel in de aso-studierichtingen met een pool wiskunde moeten supplementaire doelstellingen, beschreven in de specifieke eindtermen, bovenop de basisvorming worden bereikt. In aso-studierichtingen met een pool wetenschappen, maar zonder pool wiskunde, wordt vaak een uitgebreider pakket wiskunde (tot zes uur) aangeboden, maar voor deze studierichtingen en studierichtingen in kso en tso met een uitgebreider pakket wiskunde worden geen specifieke eindtermen voorzien en gelden enkel de respectievelijke eindtermen basisvorming.

Op het niveau van de eindtermen wiskunde is deze variatie in aantal lesuren herleid tot drie sets:

- De eindtermen basisvorming aso, die gelden voor alle aso-leerlingen in alle studierichtingen.
- De specifieke eindtermen aso, die enkel gelden voor aso-leerlingen in studierichtingen met een pool wiskunde.
- De eindtermen kso-tso, die (net als de eindtermen basisvorming aso) gelden voor alle kso- en tso-leerlingen in alle studierichtingen.

Deze drie sets eindtermen werden getoetst met verschillende toetsenpaketten.

Toetsen algemeen secundair onderwijs: eindtermen basisvorming

De beheersing van de eindtermen van de basisvorming gingen we na aan de hand van zes toetsen: reële functies, exponentiële functies, goniometrische functies, afgeleiden, problemen oplossen met functies en afgeleiden en statistiek. We toetsten nagenoeg alle eindtermen van de basisvorming. De algemene eindtermen[1], werden niet expliciet getoetst.

Tabel 1 toont welke eindtermen per toets werden gepeild. Bij alle toetsen hadden de leerlingen een formularium ter beschikking. Bij de meeste toetsen mochten de leerlingen (gedeeltelijk) gebruik maken van ICT. Enkel bij de toets over afgeleiden was dit niet het geval.

[1] De algemene eindtermen voor het aso zijn te vinden op de website: http://www.ond.vlaanderen.be/curriculum/secundair-onderwijs/derde-graad/aso/vakgebonden/wiskunde/eindtermen.htm

Tabel 1: *De geselecteerde eindtermen wiskunde aso basisvorming per toets*

Reële functies	
ET 14	De leerlingen lezen op een grafiek af: » eventuele symmetrieën » het stijgen, dalen of constant zijn » het teken » de eventuele nulwaarden » de eventuele extrema
ET 23	De leerlingen kunnen voor geschikte domeinen een verband leggen tussen de functies $f(x) = x^2$ en $f(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = x^3$ en $f(x) = \sqrt[3]{x}$ en naar analogie tussen de functies $f(x) = x^n$ en $f(x) = \sqrt[n]{x}$ en tussen de functies $f(x) = a^x$ en $f(x) = {}^a\log x$.
ET 32	De leerlingen kunnen tabellen en grafieken bij bestudeerde functies als hulpmiddel gebruiken om functievoorschriften, vergelijkingen en ongelijkheden te interpreteren.
Exponentiële functies	
ET 21	de uitdrukking a^b, met $a>0$ en b rationaal, uitleggen.
ET 22	de grafiek tekenen van de functie $f(x)=a^x$ (zonodig met behulp van ICT), en domein, bereik, bijzondere waarden, stijgen/dalen en asymptotisch gedrag aflezen.
ET 24	uit de betrekking $a^b=c$ de derde veranderlijke berekenen als de twee andere gegeven zijn (eventueel met behulp van ICT).
ET 32	De leerlingen kunnen tabellen en grafieken bij bestudeerde functies als hulpmiddel gebruiken om functievoorschriften, vergelijkingen en ongelijkheden te interpreteren.
Goniometrische functies	
ET 26	De leerlingen kunnen het verband leggen tussen graden en radialen.
ET 27	de grafiek tekenen van de functie f(x)=sinx op basis van de goniometrische cirkel.
ET 28	voor de functie f(x)=sinx, domein, bereik, periodiciteit, stijgen/dalen en extrema aflezen van de grafiek.
ET 29	de grafieken opbouwen van de functies f(x)=a sin(bx+c) en daarop a, b en c interpreteren.
ET 30	vergelijkingen van de vorm sinx=k grafisch oplossen.
ET 32	De leerlingen kunnen tabellen en grafieken bij bestudeerde functies als hulpmiddel gebruiken om functievoorschriften, vergelijkingen en ongelijkheden te interpreteren.
Afgeleiden	
ET 15	De leerlingen kunnen bij veeltermfuncties » de afgeleide gebruiken als maat voor de ogenblikkelijke veranderlijke » met behulp van een intuïtief begrip van limiet het verband leggen tussen: • het begrip afgeleide, • het begrip differentiequotiënt, • de richting van de raaklijn aan de grafiek.
ET 16	de afgeleide berekenen van de functies $f(x)=x$, $f(x)=x^2$, $f(x)=x^3$ en de bekomen uitdrukking veralgemenen naar functies $f(x)=x^n$ waarbij n een natuurlijk getal is.
ET 17	De leerlingen kunnen de som- en de veelvoudregel toepassen om de afgeleide functie te bepalen van een veeltermfunctie.
ET 18	De leerlingen kunnen bij veeltermfuncties de afgeleide functie gebruiken voor het bestuderen van het veranderingsgedrag en voor het opzoeken of verifiëren van extreme waarden en het verband leggen tussen de afgeleide functie en bijzonderheden van de grafiek.
Problemen oplossen met functies en afgeleiden	
ET 19	De leerlingen kunnen het begrip afgeleide herkennen in situaties buiten de wiskunde.
ET 20	De leerlingen kunnen bij een eenvoudig vraagstuk dat te herleiden is tot het bepalen van extrema van een veeltermfunctie, een veranderlijke kiezen, het functievoorschrift opstellen en de extrema bepalen.
ET 25	De leerlingen kunnen lineaire en exponentiële groeiprocessen onderzoeken en bij exponentiële groei concrete problemen oplossen waarbij berekeningen dienen uitgevoerd te worden met betrekking tot beginwaarde, groeifactor en groeipercentage.
ET 31	De leerlingen kunnen bij het oplossen van een probleem, waarbij gebruik gemaakt wordt van bestudeerde functionele verbanden, een functievoorschrift, een vergelijking of een ongelijkheid opstellen.
Statistiek	
ET 33	De leerlingen kunnen in betekenisvolle situaties, gebruik maken van een normale verdeling als continu model bij data met een klokvormige frequentieverdeling en het gemiddelde en de standaardafwijking van de gegeven data gebruiken als schatting voor het gemiddelde en de standaardafwijking van deze normale verdeling.
ET 34	De leerlingen kunnen het gemiddelde en de standaardafwijking van een normale verdeling grafisch interpreteren.
ET 35	De leerlingen kunnen grafisch het verband leggen tussen een normale verdeling en de standaardnormale verdeling.
ET 36	De leerlingen kunnen bij een normale verdeling de relatieve frequentie interpreteren van een verzameling gegevens met waarden tussen twee gegeven grenzen, met waarden groter dan een gegeven grens of met waarden kleiner dan een gegeven grens als de oppervlakte van een gepast gebied.

Toetsen algemeen secundair onderwijs: specifieke eindtermen

De specifieke eindtermen werden gepeild aan de hand van vier toetsen: algebra, analyse, ruimtemeetkunde en statistiek, kansrekening en discrete wiskunde. In Tabel 2 staat welke eindtermen in die toetsen aan bod komen. Ook bij de toetsen over de specifieke eindtermen kregen de leerlingen een formularium en mochten ze voor de meeste opgaven ICT gebruiken.

Tabel 2: *De geselecteerde specifieke eindtermen wiskunde aso per toets*

Algebra	
ET 1	De leerlingen kunnen delingen van veeltermen uitvoeren en het binomium van Newton gebruiken.
ET 2	De leerlingen kunnen complexe getallen meetkundig voorstellen en er bewerkingen mee uitvoeren.
ET 3	De leerlingen kunnen vierkantsvergelijkingen in één complexe onbekende oplossen.
ET 4	De leerlingen kunnen met behulp van matrices problemen wiskundig modelleren en oplossen.
ET 5	De leerlingen kunnen de basiseigenschappen van een reële vectorruimte (beperkt tot dimensie 2 en 3) herkennen en gebruiken.
Analyse	
ET 6	De leerlingen kunnen het verloop van een functie onderzoeken, in het bijzonder voor veeltermfuncties en voor rationale, irrationale, goniometrische, exponentiële en logaritmische functies, met beperking van de moeilijkheidsgraad.
ET 8	De leerlingen kunnen de eerste en de tweede afgeleide van functies berekenen en ze in concrete situaties gebruiken.
ET 9	De leerlingen kunnen de bepaalde en de onbepaalde integraal van functies berekenen en ze in concrete situaties gebruiken.
ET 10	De leerlingen kunnen met behulp van de beschikbare analysekennis problemen wiskundig modelleren en oplossen.
ET 11	De leerlingen kunnen bij het oplossen van vergelijkingen of ongelijkheden, het omvormen van functievoorschriften, het berekenen van afgeleiden of integralen op een verantwoorde wijze gebruik maken van rekenregels, formules en manuele rekentechnieken.
Ruimtemeetkunde	
ET 13	De leerlingen kunnen rechten en vlakken door vergelijkingen voorstellen en hun onderlinge ligging bespreken.
ET 14	De leerlingen kunnen afstanden tussen punten, rechten en vlakken berekenen.
ET 15	De leerlingen kunnen meetkundige problemen met diverse hulpmiddelen voorstellen en oplossen.
Statistiek, kansrekening en discrete wiskunde	
ET 16	De leerlingen kunnen de wetten van de kansrekening toepassen voor onafhankelijke en voor afhankelijke gebeurtenissen.
ET 17	De leerlingen kunnen de binomiale verdeling of de normale verdeling gebruiken als model bij een kansexperiment.
ET 18	De leerlingen kunnen telproblemen of problemen met betrekking tot discrete veranderings-processen wiskundig modelleren en oplossen.

Toetsen kunstsecundair en technisch secundair onderwijs

Voor het kunstsecundair en technisch secundair onderwijs ontwikkelden we drie toetsen: functies met tabellen en grafieken, functies met algebra en statistiek. Tabel 3 toont op welke manier de eindtermen werden gegroepeerd in de drie toetsen. Ook hier toetsten we de algemene eindtermen[2] impliciet. Bij het oplossen van de opgaven mochten de leerlingen gebruik maken van een formularium en de vertrouwde ICT-ondersteuning (een grafische rekenmachine of computer).

Tabel 3: *De geselecteerde eindtermen wiskunde kso en tso per toets*

Functies met tabellen en grafieken	
ET 10	De leerlingen kunnen bijzonderheden van grafieken, eventueel aangevuld met tabellen, aflezen zoals periodiciteit, symmetrieën, stijgen en dalen, extreme waarden, lineaire en exponentiële groei.
ET 11	De leerlingen kunnen grafieken tekenen van enkele eenvoudige functies (mede met behulp van ICT).
ET 12	De leerlingen kunnen veranderingen beschrijven en vergelijken met behulp van differentiequotiënten.
Functies met algebra	
ET 13	De leerlingen kunnen problemen, waarbij een functioneel verband gegeven is, oplossen en die oplossing interpreteren (eventueel met behulp van ICT).
Statistiek	
ET 14	De leerlingen kunnen aan de hand van voorbeelden het belang uitleggen van de representativiteit van een steekproef voor het formuleren van statistische besluiten over de populatie.
ET 15	De leerlingen kunnen met behulp van ICT gemiddelde en standaardafwijking berekenen van statistische gegevens.
ET 16	De leerlingen kunnen het gemiddelde en de standaardafwijking gebruiken als karakteristieken van een normale verdeling.

[2] De algemene eindtermen voor het kso en tso zijn te vinden op de website: http://www.ond.vlaanderen.be/curriculum/secundair-onderwijs/derde-graad/tso/vakgebonden/wiskunde/algemeen.htm

WELKE ACHTERGRONDVRAGENLIJSTEN WERDEN VOORGELEGD?

Bij de peiling werden er ook achtergrondvragenlijsten afgenomen. Die zijn nodig om de resultaten te kaderen en om relevante aspecten van het Vlaamse onderwijs te beschrijven. Zowel de leerlingen, hun ouders als hun leerkrachten wiskunde vulden een achtergrondvragenlijst in. Met die vragenlijsten verzamelen we informatie over de algemene achtergrondkenmerken van de leerlingen en hun gezin en de schoolloopbaan van de leerling, maar ook attitudes komen aan bod. Ze geven ons daarnaast informatie over de klaspraktijk en het schoolbeleid.

WELKE LEERLINGEN EN SCHOLEN NAMEN DEEL?

Zowel voor de toetsen in het aso als de toetsen in het kso en tso nam een representatieve steekproef van secundaire scholen deel. Daarbij werd expliciet bewaakt dat de steekproef van scholen representatief is op het vlak van onderwijsnet, schooltype en verstedelijkingsgraad. In deze steekproef maken kso-leerlingen, net zoals in de algemene populatie, slechts een minderheid van de leerlingen uit.

Samenstelling steekproef aso: eindtermen basisvorming

In totaal namen 4004 leerlingen van 64 scholen deel aan de toetsen over de eindtermen basisvorming (Figuur 2). Van deze leerlingen zaten er 1579 in een studierichting met een pool wiskunde.

Figuur 2 – Overzicht deelnemende scholen toetsen eindtermen basisvorming - aso.

Tabel 4 geeft een overzicht van de studierichtingen van alle leerlingen die deelnamen aan de toetsen basisvorming. Omwille van de kleine leerlingenaantallen groeperen we sommige studierichtingen met het oog op verdere analyses.

Tabel 4: *Percentage aso-leerlingen per studierichting - toetsen eindtermen basisvorming*

Studierichting	Percentage leerlingen
Economie	***28.72***
Economie-moderne talen	20.88
Economie-wetenschappen	2.75
Economie-wiskunde	5.09
Humane wetenschappen	***15.38***
Humane wetenschappen	14.64
Yeshiva	0.75
Klassieke talen	***20.53***
Grieks-Latijn	**1.27**
Klassieke en moderne talen	**6.47**
Grieks-moderne talen	0.05
Latijn-moderne talen	6.42
Klassieke talen-wetenschappen	**4.92**
Grieks-wetenschappen	0.20
Latijn-wetenschappen	4.72
Klassieke talen-wiskunde	**7.87**
Grieks-wiskunde	1.17
Latijn-wiskunde	6.69
Moderne talen	***7.94***
Moderne talen-wetenschappen	6.52
Moderne talen-wiskunde	1.42
Sport	***2.42***
Moderne talen-topsport	0.12
Sportwetenschappen	2.12
Wetenschappen-topsport	0.15
Wiskunde-topsport	0.02
Wetenschappen-wiskunde	***25.00***

Samenstelling steekproef aso: specifieke eindtermen

De deelnemende scholen die studierichtingen met een pool wiskunde aanboden, namen ook deel aan het onderzoek naar de beheersing van de specifieke eindtermen wiskunde. Er namen 1652 leerlingen uit 58 scholen deel aan de toetsen. De studierichtingen van die leerlingen worden weergegeven in Tabel 5.

Tabel 5: *Percentage aso-leerlingen per studierichting - toetsen specifieke eindtermen*

Studierichting	Percentage leerlingen
Economie-wiskunde	***12.59***
Klassieke talen-wiskunde	***20.16***
Grieks-wiskunde	3.45
Latijn-wiskunde	16.71
Moderne talen-wiskunde	***3.39***
Sport	***0.06***
Wetenschappen-wiskunde	***63.80***

Samenstelling steekproef kso en tso

Voor kso en tso werden de wiskundetoetsen afgenomen bij 1637 leerlingen uit 62 scholen. (Figuur 3) Ook die leerlingen deelden we op basis van hun studierichting op in groepen. Tabel 6 geeft hiervan een overzicht.

Figuur 3 – Overzicht deelnemende scholen – kso en tso.

Tabel 6: *Percentage leerlingen uit kso en tso per studierichting*

Studierichting	Percentage leerlingen
Chemie	***6.86***
Chemie	1.56
Techniek-wetenschappen	5.30
Handel	***16.44***
Boekhouden-informatica	4.40
Handel	5.02
Informaticabeheer	2.56
Secretariaat-talen	4.46
Hout	***4.52***
Houttechnieken	4.52
Lichaamsverzorging	***5.41***
Schoonheidsverzorging	5.41
Mechanica-elektriciteit	***16.44***
Elektrische installatietechnieken	5.24
Elektromechanica	5.91
Industriële wetenschappen	2.62
Overige mechanica-elektriciteit	2.68
Personenzorg	***30.10***
Gezondheids- en welzijnswetenschappen	11.59
Jeugd- en gehandicaptenzorg	2.45
Sociale en technische wetenschappen	16.05
Sport	***2.06***
Lichamelijke opvoeding en sport	2.06
Toerisme	***6.97***
Onthaal en public relations	4.24
Toerisme	2.73
Overige tso-studierichtingen	***7.69***
kso	***3.51***

HOE VERLIEP DE AFNAME?

De afname van de toetsen gebeurde in groep (meestal klassikaal). De leerkrachten van de school stonden in voor de afname maar werden bijgestaan door een toetsassistent. De toetsassistent coördineerde de toetsafname in de school, zag toe op het correcte verloop ervan en bracht daarover kort verslag uit aan het onderzoeksteam.

Voor kso en tso werden in totaal vier lesuren voorzien om aan de drie toetsen te werken en de leerlingvragenlijst in te vullen. De leerlingen mochten bij de drie toetsen gebruik maken van een formularium en een grafische rekenmachine of computer.

De aso-leerlingen hadden eveneens vier lesuren om telkens aan een combinatie van drie van de zes toetsen basisvorming te werken. Alle leerlingen van eenzelfde school kregen dezelfde toetsen. Bij elke toets hadden de leerlingen een formularium ter beschikking. Bij de meeste toetsen mochten de leerlingen (gedeeltelijk) gebruik maken van ICT. Enkel bij de toets over afgeleiden mocht helemaal geen ICT gebruikt worden. Leerlingen die ook nog de toetsen over de specifieke eindtermen aflegden, kregen nogmaals vier lesuren om twee van de vier toetsen op te lossen. Opnieuw kregen de leerlingen een formularium en mochten ze (gedeeltelijk) ICT gebruiken.

3. Resultaten achtergrondvragenlijsten

Op basis van de gegevens uit de achtergrondvragenlijsten kunnen we de leerlingen, leerkrachten en scholen uit de steekproef beschrijven. In dit hoofdstuk geven we eerst informatie over een aantal algemene kenmerken van de leerlingen en hun gezin. Vervolgens gaan we dieper in op de leerling, zijn schoolcarrière en zijn attitude ten opzichte van wiskunde.

Daarnaast worden een aantal aspecten uitgelicht die specifiek betrekking hebben op het vak wiskunde. Zo bespreken we onder andere het beleid van de school met betrekking tot het vak wiskunde en STEM in het algemeen, in welke mate er leerlijnen zijn voor wiskunde en hoe de lessen wiskunde eruit zien. Tot slot gaan we in op een aantal kenmerken van de wiskundeleerkrachten.

De verzamelde gegevens voor de verschillende steekproeven uit de peiling geven ons ook de mogelijkheid de informatie naast elkaar te leggen. We zullen hierbij telkens de vergelijking maken tussen de verschillende onderwijsvormen (aso tegenover kso en tso) en, indien relevant, tussen de leerlingen uit studierichtingen met een pool wiskunde en de overige aso-leerlingen. Deze laatste groep zullen we, om de leesbaarheid van de tekst te vrijwaren, in dit hoofdstuk benoemen als 'de leerlingen aso basisvorming'.

WIE NAM DEEL?

De leerlingen

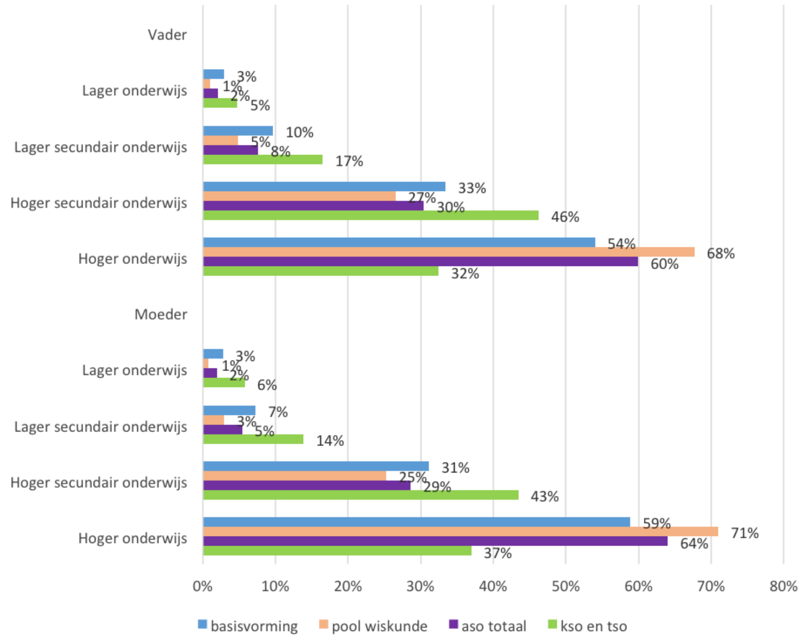
De verhouding **jongens en meisjes** verschilt tussen de onderwijsvormen. In het tso en kso zitten er ongeveer evenveel jongens (52%) als meisjes (48%). In het aso zitten er iets meer meisjes (56%). Zij zitten echter vooral in de studierichtingen zonder pool wiskunde (63%). In de pool wiskunde zijn 56 procent van de leerlingen jongens.

In het aso geeft 78 procent van de leerlingen aan thuis enkel **Nederlands** te spreken. Er is echter een opvallend verschil tussen de leerlingen uit de basisvorming, waar 73 procent thuis enkel Nederlands spreekt, en leerlingen uit de pool wiskunde, waar 83 procent thuis enkel Nederlands spreekt. In het kso en tso geeft drie vierde (75%) van de leerlingen aan thuis enkel Nederlands te spreken. Daarnaast spreekt 17 procent van de aso-leerlingen en 21 procent van de leerlingen uit het kso en tso thuis Nederlands in combinatie met een andere taal, terwijl respectievelijk vijf en vier procent in het gezin geen Nederlands spreekt.

In de steekproef voor het kso en tso kampt volgens de ouders een vierde (25%) van de leerlingen met (leer)**moeilijkheden**, een handicap of langdurige ziekte. In het aso is dit 10 procent. Dyslexie is in beide onderwijsvormen de meest vastgestelde diagnose (kso en tso: 12%, aso: 4%), gevolgd door AD(H)D (kso en tso: 6%, aso: 3%) en dyscalculie (kso en tso: 4%, aso: 1%). Er zijn geen grote verschillen in het voorkomen van (leer)moeilijkheden bij leerlingen uit aso basisvorming en aso pool wiskunde, al komt dyscalculie nauwelijks voor bij leerlingen uit de pool wiskunde.

Het gezin

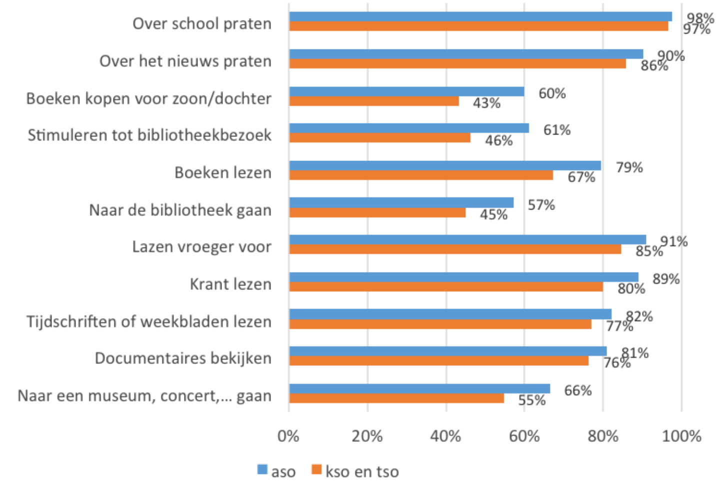
Wat het **opleidingsniveau van de ouders** betreft, zien we grote verschillen tussen de onderwijsvormen. Tien procent van de vaders en zeven procent van de moeders van de aso-leerlingen heeft geen diploma hoger secundair onderwijs, maar voor kso en tso is dit hoger met respectievelijk 21 en 20 procent. Ook zien we een groot verschil tussen de onderwijsvormen in de mate waarin de ouders een diploma hoger onderwijs behaalden. Zo behaalde 32 procent van de vaders en 37 procent van de moeders van leerlingen uit het kso en tso een diploma hoger onderwijs, terwijl dit voor de ouders van aso-leerlingen respectievelijk 60 en 64 procent is. Voor het aso valt op dat ouders van leerlingen uit de pool wiskunde vaker een diploma hoger onderwijs behaalden dan ouders van leerlingen uit de basisvorming.



Figuur 4 – Hoogste diploma van de ouders opgedeeld naar onderwijsvorm en pool binnen aso.

Bijna een vierde van de deelnemende kso- en tso-leerlingen (24%) en 15 procent van de aso-leerlingen ontvangt een **studietoelage**.

We vroegen ook aan de ouders hoe vaak ze thuis een aantal activiteiten ondernemen die onderwijsonderzoekers onder de noemer **cognitief stimulerend thuisklimaat** plaatsen. De mate waarin ouders van aso-leerlingen en ouders van kso- en tso-leerlingen dit op regelmatige basis doen, staat in Figuur 5. Bijna alle ouders praten met hun zoon/dochter over de school (aso: 98%, kso en tso: 97%) en over het nieuws (aso: 90%, kso en tso: 86%). Een grote groep ouders geeft ook aan dat ze hun zoon/dochter voorlazen toen die klein was, dat ze zelf boeken, de krant en tijdschriften of weekbladen lezen en dat ze langere documentaires bekijken op tv. Het kopen van boeken en het bezoeken van de bibliotheek gebeurt minder: ongeveer 45 procent van de ouders van kso- en tso-leerlingen en ongeveer 60% van de ouders van aso-leerlingen geeft aan dit regelmatig te doen. Over het algemeen is het cognitief stimulerend thuisklimaat hoger in gezinnen van aso-leerlingen dan in gezinnen van kso- en tso-leerlingen.



Figuur 5 – Mate van cognitief stimulerend thuisklimaat per onderwijsvorm.

DE LEERLING EN DE SCHOOL

De schoolloopbaan

Er zijn grote verschillen tussen de onderwijsvormen in de mate waarin leerlingen een **schoolse achterstand** hebben opgelopen. Zo zit in kso en tso 59 procent van de leerlingen op leeftijd, 30 procent heeft één jaar schoolse achterstand en 11 procent heeft een schoolse achterstand van minstens twee jaar. In het aso zit 85 procent van de leerlingen op leeftijd, 11 procent heeft één jaar schoolse achterstand en twee procent heeft twee of meer jaar schoolse achterstand. Ook binnen het aso zijn er verschillen tussen de leerlingen uit de pool wiskunde en de leerlingen uit de basisvorming: ten opzichte van de leerlingen uit de pool wiskunde (7%) hebben meer dan dubbel zoveel leerlingen uit de basisvorming een schoolse achterstand (16%). In de pool wiskunde zijn er dan weer iets meer leerlingen die voor zijn op leeftijd (4% t.o.v. 2% in de basisvorming).

In de loop van **het lager onderwijs** bleef 11 procent van de leerlingen uit het kso en tso en twee procent van de leerlingen uit het aso al eens zitten.

Om de **schoolloopbaan in het secundair onderwijs** in kaart te brengen, werd aan de leerlingen gevraagd of ze in het eerste leerjaar van het secundair onderwijs Latijn gevolgd hebben en in welke studierichting ze het getuigschrift van de eerste en tweede graad behaald hebben. Ruim de helft van de aso-leerlingen in de steekproef (53%, waarbij 47% uit de basisvorming en 63% uit de pool wiskunde) volgde de basisoptie Latijn in het eerste jaar. Van de leerlingen uit kso en tso is dat 11 procent. Van de aso-leerlingen behaalde 51 procent het getuigschrift van de eerste graad in de basisoptie moderne wetenschappen, 46 procent in Latijn of Grieks-Latijn en twee procent in een eerder technisch gerichte basisoptie. Van de kso- en tso-leerlingen behaalde meer dan de helft van de leerlingen (53%) het getuigschrift van de eerste graad in een eerder technisch gerichte basisoptie, 42 procent in moderne wetenschappen en drie procent in Latijn of Grieks-Latijn. In beide onderwijsvormen behaalde één procent van de leerlingen het getuigschrift van de eerste graad in een andere basisoptie (bijvoorbeeld Yeshiva, Rudolf Steinerpedagogie, ...). Van de kso- en tso-leerlingen behaalde de meerderheid (87%) het getuigschrift van de tweede graad ook al in het tso of kso. De andere 13 procent behaalde het getuigschrift van de tweede graad in aso. De meeste leerlingen in aso volgden in de tweede graad reeds de studierichting die overeenkomt met de eerste pool in hun huidige studierichting. In wetenschappen-wiskunde volgde 30 procent in de tweede graad 'klassieke talen'. Bijna alle andere leerlingen uit die richting volgden in de tweede graad 'wetenschappen'.

Leerlingen uit kso en tso zijn in het secundair onderwijs vaker blijven zitten (28%) dan leerlingen uit aso (9%). Van de zittenblijvers dubbelde 13 procent van de kso- en tso-leerlingen en zeven procent van de aso-leerlingen meer dan één keer.

Keuze voor de huidige studierichting

Aan de leerlingen werd gevraagd in welke mate **wiskunde** meegespeeld heeft in hun **motivatie** om voor een bepaalde **studierichting** te kiezen. Aso-leerlingen in een richting met weinig uren wiskunde (vier uur of minder) kozen hier in de eerste plaats voor omdat ze beter zijn in andere vakken dan in wiskunde (83%), omdat ze andere vakken nuttiger vinden voor hun latere loopbaan (76%) of omdat ze andere vakken interessanter vinden (75%). Bijna twee derde (62%) van de aso-leerlingen met weinig wiskunde geeft aan dat ze wiskunde te moeilijk vinden. Kso- en tso-leerlingen geven wat vaker (81%) aan dat ze voor een niet-wiskundige richting (twee of drie uur) kozen omdat andere vakken nuttiger zijn voor hun latere loopbaan. Ook voor hen spelen het goed zijn in andere vakken (81%) en het interessanter vinden van andere vakken (70%) het meest mee in de keuze van de studierichting.

Voor leerlingen met veel uren wiskunde zijn de belangrijkste drijfveren in hun studiekeuze dat ze de lessen wiskunde interessant vinden (aso: 81%, kso en tso: 80%), dat ze het belangrijk vinden om veel wiskunde te volgen (aso: 84%, kso en tso: 78%) en dat wiskunde nuttig is voor hun latere loopbaan (aso: 83%, kso en tso: 76%). De redenen om voor een studierichting met veel wiskunde te kiezen zijn voor de leerlingen uit beide onderwijsvormen ongeveer dezelfde. Enkel het niet goed zijn in talen speelt voor kso- en tso-leerlingen (64%) meer mee dan voor aso-leerlingen (43%).

Aan de ouders van de leerlingen vroegen we of de leerling ooit een **B- of C-attest kreeg** (onder andere) voor wiskunde. Ongeveer 18 procent van de kso- en tso-leerlingen kreeg ooit een B-attest voor wiskunde. Voor leerlingen uit het aso basisvorming is dat 13 procent en voor leerlingen uit de pool wiskunde één procent. Van de leerlingen uit het kso en tso kreeg acht procent ooit een C-attest (onder andere) voor wiskunde. Voor de leerlingen uit het aso basisvorming is dat zes procent en voor de leerlingen uit de pool wiskunde drie procent.

We vroegen de ouders ook of het **aantal uren wiskunde een bewuste rol speelde in de studiekeuze** van hun zoon of dochter. Voor leerlingen uit het kso en tso speelde het aantal uren wiskunde bij bijna twee derde (64%) geen rol bij hun studiekeuze. Ruim een vierde (27%) van hen koos bewust voor een richting met weinig uren wiskunde en acht procent koos bewust voor een richting met veel uren wiskunde. In het aso speelt het aantal uren een grotere rol bij de studiekeuze. Van de leerlingen uit de basisvorming koos bijna de helft (49%) bewust voor een studierichting met weinig uren wiskunde. Tien procent van hen koos bewust voor een studierichting met meer uren wiskunde en bij 41 procent van de leerlingen speelde het aantal uren wiskunde geen rol bij de studiekeuze. Van de leerlingen uit de pool wiskunde koos 85 procent bewust voor een studierichting met veel uren wiskunde. Bij 15 procent speelde het aantal uren wiskunde geen rol bij de studiekeuze.

Houding van de leerlingen en hun ouders tegenover wiskunde

Leerlingen uit het aso basisvorming en uit het kso en tso verschillen amper wat betreft hun **intrinsieke** en **instrumentele motivatie voor wiskunde**. Zo geeft bijvoorbeeld ongeveer de helft aan dat ze graag wiskunde doen (intrinsieke motivatie) en dat wiskunde hen zal helpen in het dagelijks leven (instrumentele motivatie). De leerlingen uit de pool wiskunde scoren zoals verwacht duidelijk hoger op beide soorten motivatie voor wiskunde: 79 procent zegt dat ze graag wiskunde doen, 74 procent zegt dat ze graag zoeken naar oplossingen van uitdagende problemen en puzzels (intrinsieke motivatie) en 73 procent zegt dat ze wiskunde nodig hebben voor het leren van andere vakken op school (instrumentele motivatie).

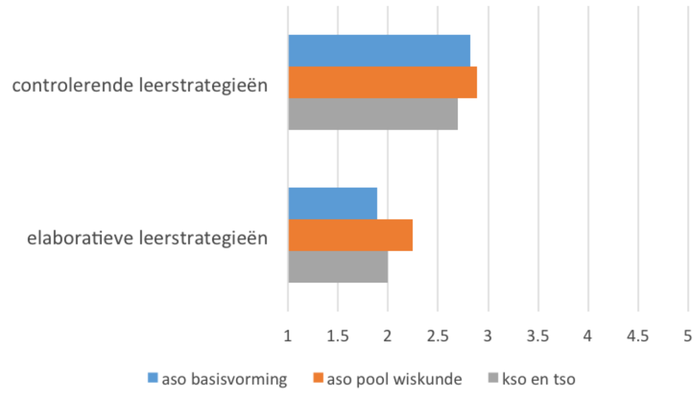
We vroegen de leerlingen ook of ze in de **toekomst** nog graag met wiskunde zouden bezig zijn. Van de leerlingen uit het aso pool wiskunde zou ongeveer de helft een beroep willen uitoefenen waar wiskunde in aan bod komt (53%) of aan projecten willen werken waar wiskunde bij komt kijken (48%). Bijna twee derde (64%) zou graag een studie volgen waarin wiskunde aan bod komt en 44 procent zou in zijn leven graag met wiskunde bezig zijn. Deze percentages zijn veel lager bij de leerlingen uit de basisvorming. Slechts 18 procent wil later een beroep uitoefenen waar wiskunde in aan bod komt en slechts 12 procent wil in zijn leven met wiskunde bezig zijn. De percentages voor het verscheiden publiek van leerlingen uit het kso en tso liggen globaal net iets hoger dan die voor de leerlingen uit de basisvorming aso. Van hen zou 27 procent wel een beroep willen uitoefenen waar veel wiskunde in aan bod komt en 18 procent wil in zijn leven met wiskunde bezig zijn.

De leerlingen uit de pool wiskunde komen vaker uit een **thuismilieu** waarin er **aandacht** besteed wordt **aan wiskunde, wetenschap en techniek** dan leerlingen uit de basisvorming of leerlingen uit het kso en tso. Hun ouders hebben ook vaker een diploma behaald in een technische of wetenschappelijke richting (70%, t.o.v. 52% voor ouders van leerlingen uit de basisvorming en 53% voor het kso en tso) en oefenen vaker een beroep uit waarin ze veel wiskunde, wetenschappen of techniek gebruiken (58%, t.o.v. 42% voor ouders van leerlingen uit de basisvorming en 45% voor het kso en tso).

Ook is de **attitude van ouders** van leerlingen uit de pool wiskunde **ten opzichte van wiskunde** positiever dan die van ouders van leerlingen uit de basisvorming of uit het kso en tso. Zo vindt bijvoorbeeld 91 procent van de ouders van leerlingen uit de pool wiskunde dat wiskunde een waardevol en noodzakelijk vak is. Bij de ouders van leerlingen uit de basisvorming is dit 80 procent en bij de ouders van leerlingen uit het kso en tso is dit 75 procent. Ook geeft 82 procent van de ouders van leerlingen uit de pool wiskunde aan dat je als volwassene wiskunde op veel verschillende manieren gebruikt. Van de ouders van leerlingen uit de basisvorming en uit het kso en tso is dat telkens 74 procent.

Studeren voor het vak wiskunde

Er zijn verschillende manieren om wiskunde te studeren. We vroegen aan de leerlingen aan de hand van enkele stellingen of ze eerder controlerende **leerstrategieën** of eerder elaboratieve leerstrategieën toepassen. Voorbeelden van controlerende leerstrategieën zijn nagaan wat de belangrijkste zaken zijn om te leren, uitzoeken welke begrippen je nog niet goed begrepen hebt, bijkomende informatie opzoeken als je iets niet begrijpt of je stap voor stap proberen de procedure te herinneren. Elaboratieve leerstrategieën zijn bijvoorbeeld nieuwe manieren zoeken om een probleem op te lossen, zoeken hoe je het geleerde in het dagelijks leven kan gebruiken, proberen nieuwe wiskundebegrippen te begrijpen door ze in verband te brengen met zaken die je reeds kent of nagaan hoe je nieuwe leerstof kan toepassen bij andere interessante zaken. Figuur 6 geeft op een schaal van één tot vijf aan in welke mate de leerlingen uit de verschillende onderwijsvormen de verschillende leerstrategieën toepassen. Hieruit blijkt dat in alle onderwijsvormen de controlerende leerstrategieën vaker toegepast worden dan de elaboratieve. Er is weinig verschil tussen de onderwijsvormen in de mate waarin leerlingen controlerende leerstrategieën gebruiken bij het studeren van wiskunde. Elaboratieve leerstrategieën worden over het algemeen maar weinig gebruikt door de leerlingen. Leerlingen uit de pool wiskunde gebruiken ze wel iets vaker dan leerlingen uit de basisvorming of leerlingen uit het kso en tso.



Figuur 6 – Gebruik van leerstrategieën voor wiskunde per onderwijsvorm.

DE LESSEN WISKUNDE

Oplossingsgericht werken

We vroegen aan de leerlingen in welke mate er tijdens de lessen wiskunde **oplossingsgericht** wordt gewerkt. Over het algemeen rapporteren de leerlingen uit de pool wiskunde een hogere mate van oplossingsgericht werken. Zo zegt 85 procent dat ze leren dat er verschillende oplossingen kunnen zijn voor één opgave. Volgens 69 procent van de leerlingen uit de basisvorming en 70 procent van de leerlingen uit het kso en tso is dat het geval. Ook geven leerlingen uit de pool wiskunde bijvoorbeeld meer aan dat ze moeten uitleggen waarom ze voor een bepaalde oplossing gekozen hebben voor een opgave (77%, t.o.v. 64% uit de basisvorming en 66% uit het kso en tso).

Contextualisering

Zowel in het aso als in het kso en tso trachten bijna alle leerkrachten wiskunde in een **context** te plaatsen voor de leerlingen. Zo gaat 83 procent van de aso-leerkrachten en 89 procent van de kso- en tso-leerkrachten op zoek naar realistische contexten waar leerlingen zich door aangesproken voelen om de leerlingen meer inzicht in de wiskunde te geven. Telkens 92 procent van de leerkrachten uit het aso en kso en tso leert de leerlingen wiskundige begrippen herkennen in een context en 86 procent van de aso-leerkrachten en 81 procent van de kso- en tso-leerkrachten legt vanuit een wiskundige context het verband met andere wetenschappelijke en/of economische contexten.

Inzichtelijk werken

We bevroegen ook de mate waarin de leerkrachten **inzichtelijk werken** bij hun leerlingen proberen te stimuleren. Bijna alle leerkrachten maken gebruik van voorkennis van de leerlingen (aso: 94%, kso en tso: 89%) en laten de leerlingen zelf formuleren hoe ze tot een oplossing gekomen zijn (aso: 89%, kso en tso: 91%). Vooral bij de leerlingen uit de pool wiskunde wordt er door de leerkrachten meer nadruk gelegd op inzicht dan op automatisering van aangeleerde procedures (aso pool wiskunde: 86%, aso basisvorming: 66%, kso en tso: 62%). Ook het stimuleren van discussie tussen leerlingen door bijvoorbeeld verschillende werkwijzen, oplossingen of inzichten met elkaar te vergelijken, wordt vooral in de pool wiskunde gedaan (aso pool wiskunde: 79%, aso basisvorming: 62%, kso en tso: 59%). Ruim de helft van de leerkrachten gebruikt misconcepties van de leerlingen als aanknopingspunt (aso: 57%, kso en tso: 61%).

WISKUNDE OP SCHOOL

Aantal uren wiskunde

Binnen de basisvorming hebben de meeste leerlingen (61%) **drie uur wiskunde**. Ruim een vierde (28%) heeft vier uur en nog een kleine groep leerlingen (9%) heeft vijf uur wiskunde. Enkele leerlingen geven aan dat ze twee uur of zes uur wiskunde volgen (telkens 1%). Binnen de pool wiskunde volgen de meeste leerlingen (60%) zes uur, 15 procent zeven uur en 24 procent acht uur wiskunde. Binnen het kso en tso is de spreiding groter. Daar volgt 45 procent twee uur, 31 procent drie uur en 12 procent vier uur wiskunde. Zeven procent van de leerlingen volgt zes uur wiskunde en twee procent acht uur. Enkele leerlingen (1%) volgen vijf uur wiskunde.

Het is niet in elke school mogelijk om **acht uren wiskunde** te volgen in het aso. Zo geeft 30 procent van de leerkrachten uit de aso-steekproef aan dat het bij hen op school niet mogelijk is om acht uur wiskunde te volgen. In de scholen waar het wel kan, krijgen deze leerlingen in het zesde jaar volgens de helft van de leerkrachten les in aparte groep, volgens 23 procent van de leerkrachten krijgen deze leerlingen samen les met de leerlingen die zes of zeven uur wiskunde volgen met daarbovenop nog één of twee uur in aparte groep maar met een gelijkaardige aanpak. Volgens een vierde van de leerkrachten (25%) krijgen deze leerlingen samen les met de leerlingen die zes of zeven uur wiskunde volgen, maar volgen ze daarnaast nog seminaries, projecten, keuzemodules, … over een wiskundig onderwerp, met een aanpak die afwijkt van die uit de gewone lessen.

Leerlijnen

We vroegen de leerkrachten om aan te geven of er bovenop de bepalingen uit de leerplannen, in de school leerlijnen ontwikkeld zijn voor de verschillende wiskundedomeinen. Voor de drie domeinen van de **basisvorming** (algemene eindtermen, reële functies en statistiek) zijn er volgens ongeveer 41 tot 45 procent van de leerkrachten die lesgeven aan de leerlingen uit de steekproef van het aso leerlijnen in de school. Volgens telkens ongeveer een derde van de leerkrachten zijn er geen leerlijnen voor de drie domeinen en volgens 21 tot 27 procent zijn de leerlijnen nog in ontwikkeling.

Voor de **specifieke eindtermen** is er meer variatie in de afspraken over de leerlijnen voor de verschillende leerstofonderdelen. Voor de domeinen algebra, analyse, meetkunde, statistiek en kansrekenen en onderzoekscompetenties zijn er volgens 41 tot 47 procent van de leerkrachten afspraken rond leerlijnen. Volgens telkens ongeveer een derde van de leerkrachten zijn er geen afspraken in hun school over de leerlijnen voor deze gebieden en volgens een vijfde tot een vierde van de leerkrachten zijn deze leerlijnen in ontwikkeling. Voor discrete wiskunde zijn er volgens slechts een derde van de leerkrachten (31%) afspraken over leerlijnen. Voor het domein wiskunde en cultuur geeft maar 14 procent van de leerkrachten aan dat er afspraken zijn over leerlijnen.

Voor **kso en tso** geeft telkens 26 tot 27 procent van de leerkrachten aan dat er afspraken zijn over de leerlijnen voor de drie domeinen (algemene eindtermen, reële functies en algebra en statistiek). Volgens 42 tot 48 procent van de leerkrachten zijn er geen afspraken rond de leerlijnen en volgens 25 tot 28 procent zijn deze leerlijnen nog in ontwikkeling.

Samenwerking tussen leerkrachten

Er is in grote mate **overleg tussen de leerkrachten wiskunde**. Zo zegt 86 procent van de aso-leerkrachten en 87 procent van de kso- en tso-leerkrachten dat ze met hun collega's wiskunde overleggen over hun vakinhouden. Ook over de inhoud van toetsen en examens en over de prestaties wordt door meer dan 80 procent van de leerkrachten overlegd. In het kso en tso wordt de jaarplanning in iets mindere mate (70%) overlegd met de collega's wiskunde dan in het aso (82%).

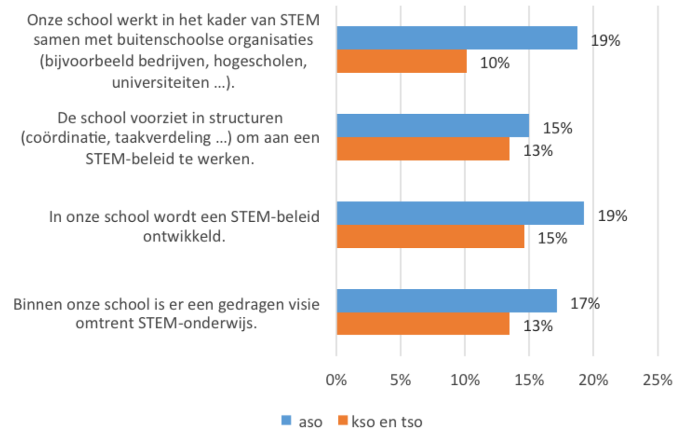
In bijna alle scholen (98% van de scholen uit de aso-steekproef en 96% van de scholen uit de kso- en tso-steekproef) is er een verticale **vakgroepwerking**. In mindere mate is er op de scholen ook een horizontale vakgroepwerking (74% van de scholen uit de aso-steekproef en 52% van de scholen uit de kso- en tso-steekproef). Als er een vakgroepwerking op school is, nemen zo goed als alle leerkrachten hieraan deel. De onderwerpen die het meest besproken worden in de vakgroepwerking zijn lesmateriaal, lesinhouden en toetsen en examens. Ook de ontwikkeling van leerlijnen en de invulling van de vrije ruimte komt in de vakgroepwerking aan bod, zij het in iets mindere mate. In vergelijking met andere onderwerpen wordt er het minst overlegd over differentiatie en oriëntering van leerlingen.

In mindere mate is er **overleg tussen de leerkrachten wiskunde en de leerkrachten van andere vakken**. Zo geeft telkens 62 procent van de aso- en kso- en tso-leerkrachten aan te overleggen met de leerkrachten van andere wetenschapsvakken. De leerinhouden worden door ongeveer 40 procent van de leerkrachten afgestemd met de leerkrachten wetenschappen.

STEM-beleid[3]

Over het algemeen is er geen sterk uitgebouwd **STEM-beleid** op de scholen (Figuur 7). Dat beleid is nog minder uitgebouwd in de scholen uit de kso- en tso-steekproef dan in de scholen uit de aso-steekproef. Zo zegt 19 procent van de aso-leerkrachten en 15 procent van de kso- en tso-leerkrachten dat er in hun school een STEM-beleid wordt ontwikkeld. 15 procent van de aso-leerkrachten en 13 procent van de kso- en tso-leerkrachten geeft aan dat hun school in structuren voorziet om aan een STEM-beleid te werken.

3 STEM staat voor Science, Technology, Engineering and Mathematics

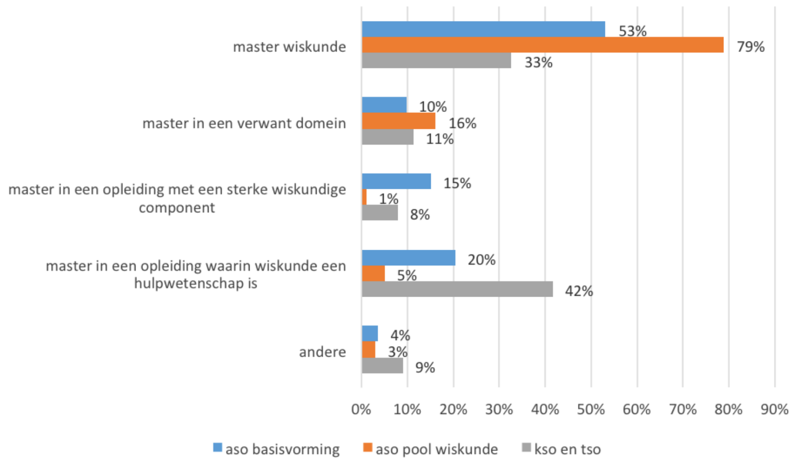


Figuur 7 – Mate STEM-beleid op de scholen van de aso-steelproef en de scholen van de kso- en tso-steekproef.

DE LEERKRACHT

Van alle bevraagde leerkrachten is 61 procent **vrouw**. Binnen het aso geven er in de pool wiskunde meer mannen les (52%) dan in de basisvorming (34%). In het kso en tso is 64 procent van de leerkrachten vrouw. Leerkrachten die lesgeven in de pool wiskunde hebben ook iets meer **onderwijservaring** (22 jaar) dan leerkrachten die lesgeven aan de basisvorming (18 jaar) of in het kso en tso (17 jaar).

Figuur 8 toont het **diploma** dat de leerkracht behaalde. Er zijn opvallende verschillen tussen de onderwijsvormen wat betreft het diploma van de leerkrachten die er lesgeven. We zien dat vooral in de pool wiskunde leerkrachten lesgeven met een masterdiploma in wiskunde (79%). Naast masters in wiskunde, geven vooral masters in een verwant domein (bijvoorbeeld informatica, statistiek, fysica, burgerlijk ingenieur, ...) en masters in een opleiding waarin wiskunde een hulpwetenschap is (bijvoorbeeld industrieel ingenieur, master in een natuurwetenschappelijke discipline, ...) wiskunde in onze steekproef. De laatstgenoemde groep geeft vooral les in het kso en tso (42%). Leerkrachten met een master in een opleiding met een sterke wiskundige component (bijvoorbeeld handelsingenieur, bio-ingenieur, ...) geven meer les in het aso basisvorming (15%) en het kso en tso (8%) dan in de pool wiskunde (1%).



Figuur 8 – Diploma van de leerkracht.[4]

Bijna alle leerkrachten behaalden bovenop hun masterdiploma ook nog een bewijs van pedagogische bekwaamheid (97%).

[4] Sommige leerkrachten behaalden meerdere diploma's.

4. Peilingsresultaten

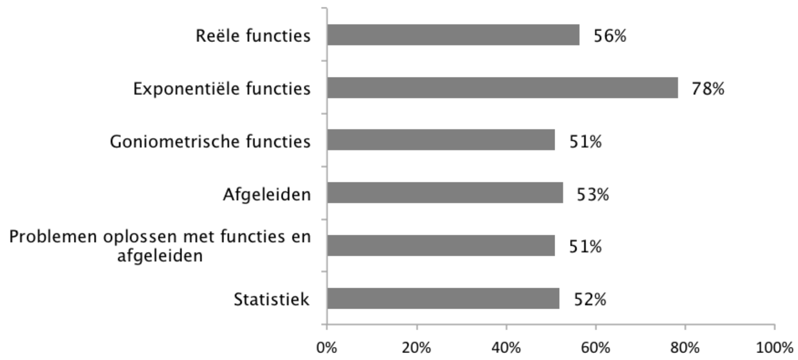
Centraal bij het peilingsonderzoek staat de uitspraak over de mate waarin de leerlingen de eindtermen bereiken. In dit hoofdstuk bespreken we de mate waarin de leerlingen op het einde van de derde graad over de nodige kennis en vaardigheden beschikken om de eindtermen wiskunde te bereiken. In het eerste deel komen de prestaties van de aso-leerlingen voor de eindtermen basisvorming aan bod. Een tweede deel behandelt de prestaties van de leerlingen uit studierichtingen met een pool wiskunde voor de specifieke eindtermen. In het derde deel bespreken we de prestaties van de leerlingen uit het kso en tso op de toetsen over de voor hen geldende eindtermen. We gaan ook telkens na met welke achtergrondkenmerken verschillen in prestaties samenhangen.

4.1. RESULTATEN ALGEMEEN SECUNDAIR ONDERWIJS - BASISVORMING

In de eerste plaats presenteren we in dit onderdeel hoeveel leerlingen de eindtermen voor wiskunde bereiken. Daarbij brengen we de verschillen voor een aantal leerlingkenmerken in kaart. Daarna gaan we in op de samenhang van de toetsprestaties met een aantal kenmerken van de leerlingen en hun gezin, schoolkenmerken en kenmerken van de onderwijspraktijk.

Hoeveel leerlingen beheersen de eindtermen?

Voor de meeste toetsen stellen we vast dat telkens iets meer dan de helft van de leerlingen uit het zesde jaar aso de eindtermen wiskunde voor de basisvorming beheerst (Figuur 9). Voor 'exponentiële functies' zijn de resultaten duidelijk beter: 78 procent van de leerlingen behaalt de eindtermen.

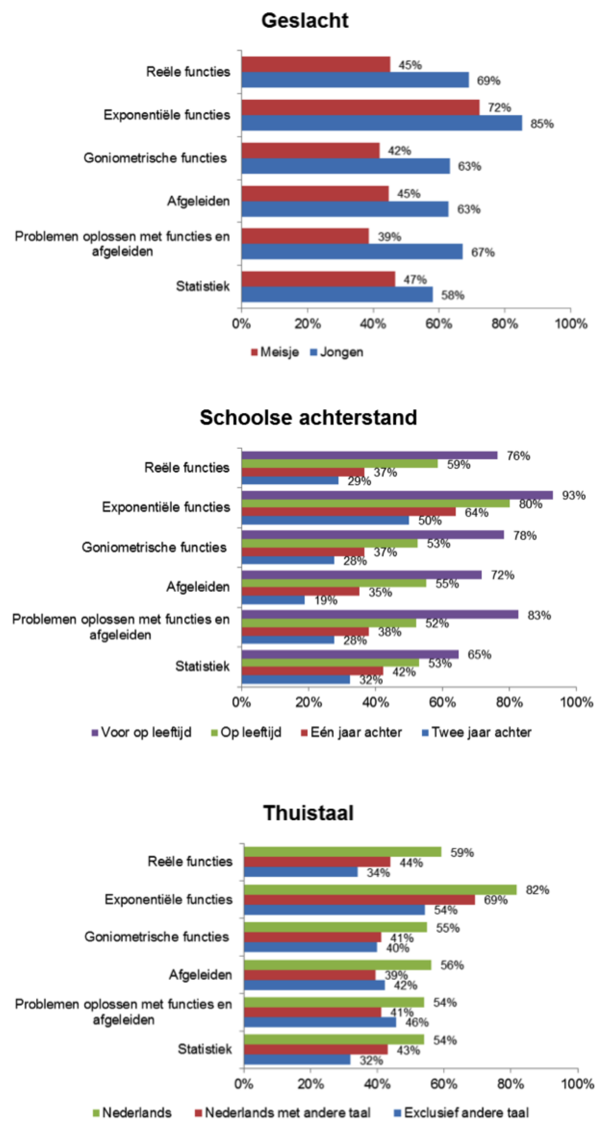


Figuur 9 – Percentage leerlingen dat de eindtermen wiskunde van de basisvorming haalt

Deze algemene resultaten kunnen we natuurlijk nog specifieker gaan bekijken door de resultaten op te splitsen voor verschillende leerlingengroepen (Figuur 10). Zo zien we dat jongens duidelijk vaker de eindtermen bereiken dan meisjes. Voor 'statistiek' en 'exponentiële functies' zijn deze verschillen nog relatief beperkt (iets meer dan 10%), maar voor de toets over 'problemen oplossen met functies en afgeleiden' bereiken bijna 30 procent meer jongens de eindtermen dan meisjes.

Ook vinden we grote prestatieverschillen tussen de leerlingen die op leeftijd zitten en leerlingen die één of meerdere jaren achter zitten op leeftijd. De kleine groep leerlingen die voor zitten op leeftijd presteert duidelijk beter voor alle toetsen.

Ten slotte stellen we vast dat leerlingen die thuis een andere taal spreken, al dan niet in combinatie met het Nederlands, voor alle toetsen een lagere kans hebben om de eindtermen te bereiken.



Figuur 10 – Percentage leerlingen dat de eindtermen wiskunde van de basisvorming beheerst per leerlingengroep

Een belangrijk element in de interpretatie van de toetsprestaties is de studierichting van de leerling. Uit de resultaten komen grote verschillen tussen de studierichtingen naar voor (Tabel 7). Terwijl de leerlingen uit studierichtingen met een pool wiskunde algemeen genomen voor de meeste toetsen een redelijk resultaat halen, bereikt slechts een minderheid van de leerlingen uit studierichtingen zonder een pool wiskunde of wetenschappen het vooropgestelde minimumniveau uit de eindtermen basisvorming. Leerlingen uit studierichtingen met een pool wetenschappen (zonder pool wiskunde) situeren zich tussen beide groepen.

Wanneer we focussen op studierichtingen met een pool wiskunde, blijken leerlingen uit klassieke talen en wetenschappen-wiskunde nog wat vaker de eindtermen te bereiken dan leerlingen uit economie-wiskunde en moderne talen-wiskunde. Bij de studierichtingen met een pool wetenschappen zonder wiskunde blijken de leerlingen uit economie-wetenschappen wat minder goed te presteren. Voor de overige studierichtingen bereiken de leerlingen uit Grieks-Latijn nog het vaakst de eindtermen, terwijl de prestaties voor humane wetenschappen voor elke toets het laagst liggen. De prestaties van leerlingen uit economie-moderne talen en klassieke en moderne talen zijn zeer gelijkaardig.

Tabel 7: *Percentage leerlingen dat de eindtermen behaalt per studierichting*

	Reële functies	Exponentiële functies	Goniometrische functies	Afgeleiden	Problemen oplossen met functies en afgeleiden	Statistiek
Pool wiskunde						
Economie-wiskunde	86	98	81	72	71	65
Klassieke talen-wiskunde	92	99	86	90	85	81
Moderne talen-wiskunde	76	92	78	67	75	44
Wetenschappen-wiskunde	86	97	87	92	86	75
Pool wetenschappen						
Economie-wetenschappen	62	84	64	46	51	43
Klassieke talen-wetenschappen	75	98	68	66	68	58
Moderne talen-wetenschappen	64	91	73	75	66	46
Sport	60	91	52	49	44	55
Studierichtingen zonder pool wiskunde of wetenschappen						
Economie-moderne talen	26	56	20	23	23	33
Humane wetenschappen	11	43	12	18	16	25
Grieks-Latijn	50	88	26	27	52	46
Klassieke en moderne talen	26	68	21	16	25	33

In de praktijk volgen leerlingen uit eenzelfde studierichting niet noodzakelijk eenzelfde aantal uren wiskunde. Bij de resultaten in Tabel 7 is dit nog niet in rekening gebracht. We onderzochten ook voor alle studierichtingen of er binnen een studierichting nog verschillen optraden in het bereiken van de eindtermen naargelang het aantal uren wiskunde. Voornamelijk in de studierichtingen met een pool wiskunde stelden we nog verschillen vast naargelang het aantal uren wiskunde. In de andere studierichtingen vonden we weinig prominente prestatieverschillen naargelang het uren wiskunde, ook omdat soms het aantal leerlingen per groep eerder beperkt was. We gaan daarom nu nog even dieper in op de verschillen binnen de pool wiskunde.

Tabel 8 geeft de resultaten weer van de leerlingen uit de pool wiskunde waarbij we per studierichting ook nog een onderscheid maken naar aantal uren wiskunde. Uit die resultaten blijkt bijvoorbeeld dat binnen de studierichting wetenschappen-wiskunde leerlingen wiskunde leerlingen met acht uur wiskunde vaker het minimumniveau bereiken dan hun medeleerlingen uit dezelfde studierichting met zes uur wiskunde. De leerlingen met zeven uur uit dezelfde richting vertonen dan weer een divers beeld in vergelijking met de leerlingen met zes uur. Enerzijds zijn voor een aantal toetsen de percentages vergelijkbaar of net iets hoger, anderzijds behalen zij onder meer voor reële functies toch minder vaak de eindtermen. Bij de leerlingen uit klassieke talen is het beeld, onder meer omwille van de kleinere aantallen, minder eenduidig.

Tabel 8 (deel 1): *Percentage leerlingen dat de eindtermen voor reële functies, exponentiële functies en goniometrische functies beheerst per studierichting uit de pool wiskunde*

	Reële functies		Exponentiële functies		Goniometrische functies	
	Aantal leerlingen	Percentage leerlingen dat de eindtermen behaalt	Aantal leerlingen	Percentage leerlingen dat de eindtermen behaalt	Aantal leerlingen	Percentage leerlingen dat de eindtermen behaalt
Economie-wiskunde						
6 uren wiskunde	75	88	85	100	82	84
7 uren wiskunde	22	77	15	93	8	63
Klassieke talen-wiskunde						
6 uren wiskunde	69	96	87	99	91	88
7 uren wiskunde	29	76	22	95	32	88
8 uren wiskunde	32	97	54	100	56	80
Moderne talen-wiskunde						
6 uren wiskunde	25	76	12	92	32	78
Wetenschappen-wiskunde						
6 uren wiskunde	290	85	231	97	219	85
7 uren wiskunde	99	74	80	94	61	90
8 uren wiskunde	167	96	153	99	132	88

Tabel 8 (deel 2): *Percentage leerlingen dat de eindtermen voor afgeleiden, problemen oplossen met functies en afgeleiden en statistiek beheerst per studierichting uit de pool wiskunde*

	Afgeleiden		Problemen oplossen met functies en afgeleiden		Statistiek	
	Aantal leerlingen	Percentage leerlingen dat de eindtermen behaalt	Aantal leerlingen	Percentage leerlingen dat de eindtermen behaalt	Aantal leerlingen	Percentage leerlingen dat de eindtermen behaalt
Economie-wiskunde						
6 uren wiskunde	72	79	82	73	75	72
7 uren wiskunde	15	40	8	50	22	59
Klassieke talen-wiskunde						
6 uren wiskunde	74	86	92	86	69	83
7 uren wiskunde	39	92	32	84	29	69
8 uren wiskunde	34	97	56	82	32	91
Moderne talen-wiskunde						
6 uren wiskunde	45	67	32	75	25	44
Wetenschappen-wiskunde						
6 uren wiskunde	278	91	219	82	289	73
7 uren wiskunde	80	84	61	87	99	66
8 uren wiskunde	146	98	132	90	167	86

Waarmee hangen prestatieverschillen samen?

Voor een meer zuivere interpretatie van de prestatieverschillen tussen leerlingengroepen is het nodig om onrechtstreekse invloeden van andere kenmerken mee in rekening te brengen. Zo zou je kunnen opwerpen dat een lagere prestatie van de meisjes mogelijk gedeeltelijk toe te schrijven is aan het feit dat ze vaker studierichtingen met een minder sterke focus op wiskunde volgen. Zo blijkt dat in het aso in studierichtingen zonder een pool wiskunde 63 procent van de leerlingen meisjes zijn, terwijl dit voor richtingen met een pool wiskunde 44 procent is.

Concreet gaan we aan de hand van statistische modellen na wat de samenhang is van een bepaald kenmerk (bijvoorbeeld geslacht) met de toetsprestaties als de leerlingen in andere opzichten aan elkaar gelijk zouden zijn (bijvoorbeeld voor studierichting). Op die manier kan onderzocht worden of meisjes nog steeds minder goed presteren op de peilingstoetsen als ze gelijkgesteld zijn op het vlak van studierichting. Zo kunnen we voor elk kenmerk de unieke samenhang met de prestaties nagaan, terwijl we rekening houden met andere kenmerken die van belang kunnen zijn. Bij de samenhang tussen een bepaald kenmerk en de toetsprestaties houden we in dit peilingsonderzoek rekening met de kenmerken vermeld in onderstaande tabel. Dit betekent dus ook dat elke samenhang die we verderop rapporteren ook op die manier geïnterpreteerd moet worden.

Tabel 9: *Leerling- en schoolkenmerken waarmee we rekening hielden bij de samenhang tussen achtergrondkermerken en toetsprestaties*

Leerlingkenmerken	Schoolkenmerken
Geslacht	Schooltype (scholen met aso-bovenbouw, tso/bso/kso-bovenbouw of multilaterale scholen)
Leeftijd	Onderwijsnet
Thuistaal	Verstedelijkingsgraad
Studierichting	Percentage GOK-leerlingen in de school
Leermoeilijkheden	
Sociaal-economische status van het gezin	

De tabellen die hieronder volgen geven telkens aan welke kenmerken significant samenhangen met gemiddeld betere (+) of minder goede (–) toetsprestaties, nadat de kenmerken uit Tabel 9 in rekening zijn gebracht. De kleur van de achtergrond geeft aan of het gaat om een kleine (witte achtergrond), middelgrote (lichtblauw) of grote (donkerblauw) samenhang. Deze indeling baseren we op het werk van Hattie (2009).[5]

5 Hattie, J. (2009). Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement. London: Routledge.

Studierichting

» Leerlingen uit de pool wiskunde presteren beter dan leerlingen uit studierichtingen met een pool wetenschappen en veel beter dan de leerlingen uit studierichtingen zonder deze polen. Binnen de studierichtingen met een pool wiskunde presteren voornamelijk leerlingen uit klassieke talen-wiskunde nog beter.

Tabel 10: *Overzicht van de studierichtingen met pool wiskunde die significant samenhangen met betere (+) of minder goede (–) prestaties op de toetsen over de eindtermen van de basisvorming*

	Reële functies	Exponentiële functies	Goniometrische functies	Afgeleiden	Problemen oplossen	Statistiek
Studierichtingen met pool wiskunde in vergelijking met economie-wiskunde						
Klassieke talen-wiskunde	+	+	+	+	+	+
Moderne talen-wiskunde						
Wetenschappen-wiskunde				+		

We stellen voor leerlingen uit de pool wiskunde ook verschillen vast in functie van het aantal uren wiskunde. Binnen klassieke talen-wiskunde en wetenschappen-wiskunde presteren leerlingen die acht uur wiskunde volgen over de hele lijn beter dan leerlingen die zes uur volgen. Voor de leerlingen met zeven uur wiskunde is het beeld meer divers. Voornamelijk voor de toetsen over 'goniometrische functies' en 'problemen oplossen met functies en afgeleiden' presteren ze beter dan leerlingen met zes uur wiskunde.

» Leerlingen uit studierichtingen met een pool wetenschappen presteren beter dan leerlingen uit richtingen zonder een pool wiskunde of wetenschappen. Binnen de pool wetenschappen vinden we weinig significante verschillen in toetsprestaties. Voor de toets over 'exponentiële functies' doen leerlingen uit klassieke talen-wetenschappen het beter dan leerlingen uit economie-wetenschappen.

Tabel 11: *Overzicht van de studierichtingen met pool wetenschappen die significant samenhangen met betere (+) of minder goede (–) prestaties op de toetsen over de eindtermen van de basisvorming*

	Reële functies	Exponentiële functies	Goniometrische functies	Afgeleiden	Problemen oplossen	Statistiek
Studierichtingen met pool wetenschappen in vergelijking met economie-wetenschappen						
Klassieke talen-wetenschappen		+				
Moderne talen-wetenschappen						
Sport						

» Leerlingen uit Grieks-Latijn presteren op het merendeel van de toetsen beter dan leerlingen uit economie-moderne talen, terwijl leerlingen uit klassieke talen-moderne talen enkel voor 'exponentiële functies' iets betere resultaten behalen. Leerlingen uit humane wetenschappen presteren in vergelijking met leerlingen uit economie-moderne talen minder goed voor 'reële functies'.

Tabel 12: *Overzicht van de studierichtingen zonder pool wiskunde of wetenschappen die significant samenhangen met betere (+) of minder goede (–) prestaties op de toetsen over de eindtermen van de basisvorming*

	Reële functies	Exponentiële functies	Goniometrische functies	Afgeleiden	Problemen oplossen	Statistiek
Studierichtingen zonder pool wiskunde of wetenschappen in vergelijking met economie-moderne talen						
Grieks-Latijn	+	+			+	+
Humane wetenschappen	–					
Klassieke talen-moderne talen		+				

Leerlingkenmerken

In Tabel 13 geven we de samenhang tussen een aantal leerlingkenmerken en de toetsprestaties weer.

» Jongens presteren op alle toetsen beter dan meisjes. Vooral voor de toets over 'problemen oplossen met functies en afgeleiden' doen de jongens het duidelijk beter.

» Leerlingen die voor zitten op leeftijd doen het voor alle toetsen beter dan leerlingen die op leeftijd zitten. Wanneer we andere leerling- en schoolkenmerken in rekening brengen, vinden we geen significante prestatieverschillen tussen leerlingen die een jaar achter zitten op leeftijd en leerlingen die op leeftijd zitten. De kleine groep leerlingen die meer dan één jaar schoolse achterstand opliep, presteert nog significant minder goed op 'goniometrische functies' en 'problemen oplossen met functies en afgeleiden'.

» Leerlingen met dyscalculie presteren minder goed op 'reële functies' en 'goniometrische functies'. Leerlingen met AD(H)D scoren enkel op laatstgenoemde toets wat minder goed. Leerlingen met een stoornis uit het autismespectrum doen het beter voor 'reële functies' en 'problemen oplossen met functies en afgeleiden'.

» Naarmate de leerlingen een meer elaboratieve studiemethode hanteren, doen ze het over de hele lijn beter, ook wanneer we bijkomend rekening houden met aantal uren wiskunde. Voor een controlerende studiemethode stellen we dit niet vast.

» De samenhang met intrinsieke motivatie voor wiskunde is wat hoger dan de samenhang met een eerder instrumentele motivatie voor het studeren van wiskunde, al is die laatste ook positief. Leerlingen met een hoger academisch zelfconcept voor wiskunde behalen hogere resultaten, ook wanneer we naast o.a. studierichting rekening houden met het aantal uren wiskunde binnen de studierichting.

» Wanneer leerlingen in de toekomst graag iets met wiskunde willen doen, behalen ze over de hele lijn betere resultaten. Ook hier blijft deze samenhang overeind als we ook nog rekening houden met aantal uren wiskunde.

Tabel 13: *Overzicht van leerlingkenmerken die significant samenhangen met betere (+) of minder goede (–) prestaties op de toetsen over de eindtermen van de basisvorming*

	Reële functies	Exponentiële functies	Goniometrische functies	Afgeleiden	Problemen oplossen	Statistiek
Jongens	+	+	+	+	+	+
Leeftijd (t.o.v. op leeftijd)						
voor op leeftijd	+	+	+	+	+	+
één jaar achter						
meer dan één jaar achter			–		–	
Beperkingen bij het leren (t.o.v. geen)						
Dyslexie						
Dyscalculie	–		–			
ADHD			–			
ASS	+				+	
Elaboratieve studiemethode	+	+	+	+	+	+
Controlerende studiemethode						
Intrinsieke motivatie voor wiskunde	+	+	+	+	+	+
Instrumentele motivatie voor wiskunde	+	+	+	+	+	+
Academisch zelfconcept wiskunde	+	+	+	+	+	+
Wiskunde in de toekomst	+	+	+	+	+	+

Gezinskenmerken

» We stellen geen samenhang vast met de sociaal-economische status van het gezin van de leerlingen.

» Ook voor de thuistaal is de samenhang beperkt. Bij de toets over ‘afgeleiden’ behalen leerlingen die thuis geen Nederlands spreken wat lagere resultaten. Voor de toets over ‘problemen oplossen’ is dit het geval voor de leerlingen die thuis Nederlands combineren met een andere taal.

» Ook de aandacht die thuis besteed wordt aan wetenschap en techniek hangt maar beperkt samen met de toetsprestaties. Op de meeste toetsen doen leerlingen het wel iets beter naarmate hun ouders positiever staan ten opzichte van wiskunde.

Tabel 14: *Overzicht van gezinskenmerken die significant samenhangen met betere (+) of minder goede (–) prestaties op toetsen over de eindtermen van de basisvorming*

	Reële functies	Exponentiële functies	Goniometrische functies	Afgeleiden	Problemen oplossen	Statistiek
Gunstige sociaal-economische status van het gezin						
Thuistaal (t.o.v. uitsluitend Nederlands)						
Nederlands met andere taal					–	
Uitsluitend andere taal				–		
Stimulerend thuisklimaat voor wetenschap en techniek	+			+		
Attitude van ouders tegenover wiskunde		+	+	+	+	+

Leerkrachtkenmerken

Voor het diploma van de leerkracht vinden we een aantal verschillen, wanneer we zowel studierichting als uren wiskunde in rekening brengen. Zo liggen voor de toetsen over ‘reële functies’, ‘afgeleiden’ en ‘goniometrische functies’ de prestaties van leerlingen die wiskunde krijgen van iemand met een masterdiploma in een hulpwetenschap (bijv. een master in biomedische wetenschappen, industriële wetenschappen,...) wat lager dan die van leerlingen die les krijgen van een leerkracht met een masterdiploma wiskunde. Wanneer hun leerkracht een master behaalde met een sterke wiskundige component (bijv. master in de bio-ingenieurswetenschappen, handelsingenieur,...) liggen de prestaties enkel voor ‘afgeleiden’ wat lager.

Tabel 15: *Overzicht van leerkrachtkenmerken die significant samenhangen met betere (+) of minder goede (–) prestaties op de toetsen over de eindtermen van de basisvorming*

	Reële functies	Exponentiële functies	Goniometrische functies	Afgeleiden	Problemen oplossen	Statistiek
Diploma leerkracht (t.o.v. master wiskunde)						
master in een verwant domein						
master in een opleiding met een sterke wiskundige component				–		
master in een opleiding waarin wiskunde een hulpwetenschap is	–		–	–		
ander diploma						

Schoolkenmerken en klaspraktijk wiskunde

In de vragenlijsten verzamelden we ook informatie over het schoolbeleid en de klaspraktijk voor wiskunde. Deze resultaten kwamen beschrijvend aan bod in Hoofdstuk 3. Nadat we de kenmerken uit Tabel 9 in rekening brachten, hangen de toetsresultaten nauwelijks nog samen met het schoolbeleid en de klaspraktijk wiskunde:

» Wat betreft schoolbeleid, stellen we vast dat de mate van STEM-beleid niet samenhangt met de resultaten van de leerlingen.

» Wel doen leerlingen het beter voor 'goniometrische functies' en 'problemen oplossen met functies en afgeleiden' wanneer er op hun school een horizontale vakgroepwerking is.

» Algemeen genomen presteren leerlingen niet verschillend naarmate er meer oplossingsgericht gewerkt wordt. Ook de mate van contextualisering en de mate van inzichtelijk werken hangt niet samen met de toetsresultaten van de leerlingen. Wat betreft contextualisering is er enkel voor 'statistiek' een negatieve samenhang met de prestaties. Voor de mate van inzichtelijk werken stellen we een positieve samenhang vast met de resultaten op de toets over 'afgeleiden'.

Tabel 16: *Overzicht van schoolkenmerken en kenmerken van de klaspraktijk die significant samenhangen met betere (+) of minder goede (–) prestaties op de toetsen over de eindtermen van de basisvorming*

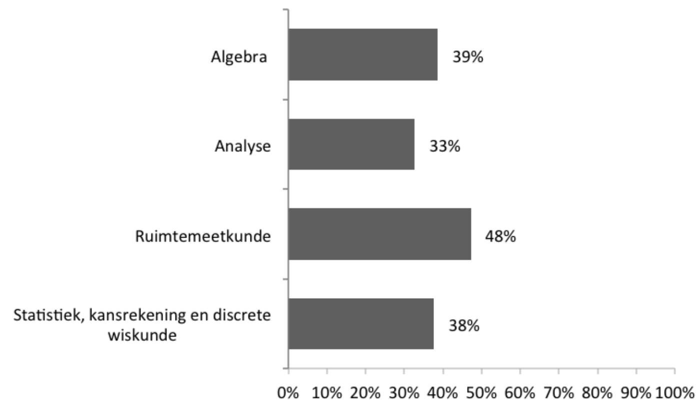
	Reële functies	Exponentiële functies	Goniometrische functies	Afgeleiden	Problemen oplossen	Statistiek
Horizontale vakgroepwerking			+		+	
Contextualisering						–
Inzichtelijk werken				+		

4.2. RESULTATEN ALGEMEEN SECUNDAIR ONDERWIJS - SPECIFIEKE EINDTERMEN

Ook voor de toetsen over de specifieke eindtermen bespreken we eerst het percentage leerlingen dat de eindtermen bereikt, waarbij we aandacht besteden aan de prestaties van een aantal specifieke leerlingengroepen. We bekijken ook de samenhang van de toetsprestaties met de achtergrondkenmerken op dezelfde manier als voor de basisvorming.

Hoeveel leerlingen beheersen de eindtermen?

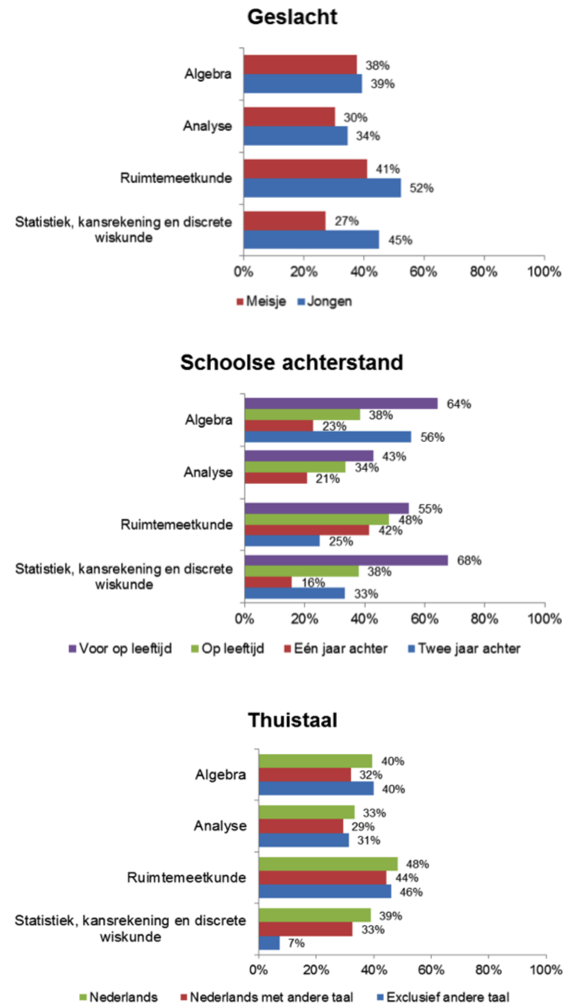
De globale resultaten voor de leerlingen uit de pool wiskunde presenteren we in Figuur 11. Voor geen enkele toets bereikt meer dan de helft van de leerlingen het minimumniveau dat door de onderwijsexperts werd vastgelegd. Een derde van de leerlingen beheerst de eindtermen voor 'analyse'. Bijna 40 procent van de leerlingen bereikt telkens het minimumniveau voor 'algebra' en 'statistiek, kansrekening en discrete wiskunde'. Voor 'ruimtemeetkunde' behaalt 48 procent van de leerlingen de eindtermen.



Figuur 11 – Percentage leerlingen dat de specifieke eindtermen wiskunde haalt

Wanneer we, net zoals bij de eindtermen basisvorming, naar specifieke leerlingengroepen kijken (Figuur 12), merken we dat opnieuw jongens vaker de eindtermen bereiken dan meisjes. Vooral voor 'ruimtemeetkunde' en 'statistiek, kansrekening en discrete wiskunde' zijn de verschillen groot. Voor 'algebra' en 'analyse' zijn de verschillen eerder beperkt. Net zoals bij de toetsen over de basisvorming hebben leerlingen die achter zitten op leeftijd een lagere kans om het vereiste minimumniveau te bereiken. De prestaties van leerlingen met twee jaar schoolse achterstand zijn zeer variabel omdat het binnen deze groep om zeer weinig leerlingen gaat.

Wat betreft thuistaal zijn de verschillen minder uitgesproken dan bij de basisvorming. Voor 'analyse' en 'ruimtemeetkunde' zijn de verschillen eerder beperkt. Voor de twee andere toetsen is het verschil wat groter. Ook de prestaties van leerlingen die thuis helemaal geen Nederlands spreken, zijn zeer variabel omdat het in de pool wiskunde om een kleine groep van leerlingen gaat.



Figuur 12 – Percentage leerlingen dat de specifieke eindtermen wiskunde beheerst per leerlingengroep

Tabel 17 toont de resultaten voor de verschillende studierichtingen met een pool wiskunde. We zien dat de leerlingen uit klassieke talen-wiskunde een wat hogere kans hebben om het vooropgestelde minimumniveau te bereiken. Ook de resultaten van leerlingen in wetenschappen-wiskunde liggen wat hoger dan die van leerlingen uit moderne talen-wiskunde en economie-wiskunde.

Tabel 17: *Percentage leerlingen dat de specifieke eindtermen beheerst per studierichting*

	Algebra	Analyse	Ruimtemeetkunde	Statistiek, kansrekening en discrete wiskunde
Economie-wiskunde	10	11	32	24
Klassieke talen-wiskunde	51	43	54	46
Moderne talen-wiskunde	23	0	29	13
Wetenschappen-wiskunde	41	35	50	39

Net zoals bij de eindtermen van de basisvorming, zijn er ook bij de specifieke eindtermen binnen de studierichtingen verschillen in prestaties in functie van het aantal uren wiskunde dat de leerlingen volgen. Tabel 18 geeft hiervan een overzicht. Uit die tabel kunnen we onder andere afleiden dat binnen de verschillende studierichtingen leerlingen met acht uur wiskunde algemeen genomen vaker de eindtermen behalen dan leerlingen met zes en zeven uur wiskunde.

Tabel 18: *Percentage leerlingen dat de eindtermen beheerst per studierichting*

	Algebra		Analyse		Ruimte-meetkunde		Statistiek, kansrekening en discrete wiskunde	
	Aantal leerlingen	Percentage leerlingen dat de eindtermen behaalt	Aantal leerlingen	Percentage leerlingen dat de eindtermen behaalt	Aantal leerlingen	Percentage leerlingen dat de eindtermen behaalt	Aantal leerlingen	Percentage leerlingen dat de eindtermen behaalt
Economie-wiskunde								
6 uren wiskunde	78	9	85	11	84	32	77	26
7 uren wiskunde	10	20	8	13	19	26	21	24
Klassieke talen-wiskunde								
6 uren wiskunde	54	44	95	34	120	46	79	41
7 uren wiskunde	24	33	32	59	38	63	30	50
8 uren wiskunde	58	62	58	50	33	79	33	55
Moderne talen-wiskunde								
6 uren wiskunde	22	23	32	0	34	29	24	13
Wetenschappen-wiskunde								
6 uren wiskunde	306	30	258	28	255	46	303	31
7 uren wiskunde	71	38	67	37	96	32	100	23
8 uren wiskunde	173	65	138	49	120	73	155	67

Waarmee hangen prestatieverschillen samen?

Net zoals bij de basisvorming voeren we analyses uit waarbij we de prestatieverschillen zuiverder kunnen interpreteren door onrechtstreekse invloeden van andere kenmerken mee in rekening te brengen. Ook voor leerlingen uit de pool wiskunde nemen we de kenmerken uit Tabel 9 mee in die analyses.

Studierichting

» Leerlingen uit klassieke talen-wiskunde behalen voor alle toetsen betere resultaten dan leerlingen uit economie-wiskunde. Leerlingen uit wetenschappen-wiskunde doen het enkel voor 'algebra' en 'analyse' beter dan leerlingen uit economie-wiskunde. De prestaties van de kleine groep leerlingen moderne talen-wiskunde zijn vergelijkbaar met de prestaties van de leerlingen economie-wiskunde.

Tabel 19: *Overzicht van de studierichtingen die significant samenhangen met betere (+) of minder goede (–) prestaties op de toetsen over de specifieke eindtermen*

	Algebra	Analyse	Ruimtemeetkunde	Statistiek, kansrekening en discrete wiskunde
Studierichting (t.o.v. Economie-wiskunde)				
Klassieke talen-wiskunde	+	+	+	+
Moderne talen-wiskunde				
Wetenschappen-wiskunde	+	+		

» Net zoals bij de toetsen van de basisvorming zijn er ook bij de toetsen over de specifieke eindtermen verschillen binnen de studierichtingen in functie van het aantal uren wiskunde. De betere prestaties van leerlingen uit klassieke talen-wiskunde zijn in belangrijke mate toe te schrijven aan de prestaties van leerlingen met acht uur wiskunde. Binnen klassieke talen-wiskunde behalen leerlingen met acht uur opnieuw op alle toetsen betere resultaten dan leerlingen met zes uur wiskunde. Ook in wetenschappen-wiskunde zien we dat de leerlingen met acht uur beter presteren dan de leerlingen met zes uur wiskunde. Voor de leerlingen met zeven uur wiskunde is het beeld wat meer variabel. In klassieke talen-wiskunde behalen leerlingen met zeven uur wiskunde voor 'analyse' en 'ruimtemeetkunde' betere resultaten dan leerlingen met zes uur wiskunde. Voor wetenschappen-wiskunde is dit het geval voor 'algebra', 'analyse' en 'ruimtemeetkunde'.

Leerlingkenmerken

» Ook binnen de specifieke groep van leerlingen uit de pool wiskunde duiken prestatieverschillen tussen jongens en meisjes op. Jongens doen het beter voor 'ruimtemeetkunde' en 'statistiek, kansrekening en discrete wiskunde'. Voor 'algebra' en 'analyse' zijn de prestaties vergelijkbaar.

» Leerlingen die voor zitten op leeftijd presteren voor alle toetsen beter dan leerlingen op leeftijd. Leerlingen die achter zitten op leeftijd vertonen geen verschillen met zij die op leeftijd zitten.

» Leerlingen met dyslexie behalen minder goede resultaten voor 'algebra'.

» Net zoals voor de basisvorming doen leerlingen met een meer elaboratieve studiemethode het voor de vier toetsen beter. Leerlingen die minder goed presteren voor 'statistiek, kansrekening en discrete wiskunde' gebruiken een meer controlerende studiemethode.

» Voor de mate van intrinsieke en instrumentele motivatie voor wiskunde, zien we een gelijkaardig resultaat als bij de basisvorming: de samenhang met intrinsieke motivatie is sterker dan deze met instrumentele motivatie. Leerlingen met een positiever academisch zelfconcept voor wiskunde behalen betere resultaten op alle toetsen.

» Naarmate leerlingen meer gebruik willen maken van wiskunde in de toekomst, behalen ze betere resultaten op de vier toetsen.

Tabel 20: *Overzicht van leerlingkenmerken die significant samenhangen met betere (+) of minder goede (–) prestaties op de toetsen over de specifieke eindtermen*

	Algebra	Analyse	Ruimtemeetkunde	Statistiek, kansrekening en discrete wiskunde
Jongens			+	+
Leeftijd (t.o.v. op leeftijd)				
voor op leeftijd	+	+	+	+
meer dan één jaar achter				
Beperkingen bij het leren (t.o.v. geen)				
Dyslexie	–			
ADHD				
ASS				
Elaboratieve studiemethode	+	+	+	+
Controlerende studiemethode				–
Intrinsieke motivatie voor wiskunde	+	+	+	+
Instrumentele motivatie voor wiskunde	+	+	+	+
Academisch zelfconcept wiskunde	+	+	+	+
Wiskunde in de toekomst	+	+	+	+

Gezinskenmerken

Gezinskenmerken hangen slechts in beperkte mate samen met de toetsprestaties. Enkel voor 'algebra' vinden we een zeer beperkte samenhang tussen de toetsresultaten en de sociaal-economische situatie van het gezin. Voor de andere toetsen stellen we dit niet vast. Met thuistaal vinden we geen samenhang. De mate waarin men thuis aandacht besteedt aan wetenschap en techniek hangt ook niet samen met de toetsprestaties. Dit is evenmin het geval voor de attitude van ouders ten opzichte van wiskunde.

Leerkrachtkenmerken

Wanneer we naast de kenmerken uit Tabel 9 ook het aantal uren wiskunde in rekening brengen, vinden we geen samenhang tussen de prestaties en het diploma van de leerkracht.

Schoolkenmerken en klaspraktijk wiskunde

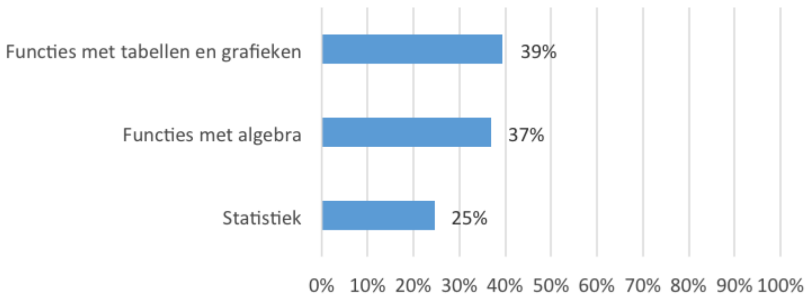
Net zoals bij de basisvorming hangt de mate van STEM-beleid niet samen met de resultaten van de leerlingen uit de pool wiskunde. Voor de horizontale vakgroepwerking is de samenhang minder eenduidig. Voor 'ruimtemeetkunde' en 'analyse' vinden we net zoals bij twee toetsen voor de basisvorming een positieve samenhang. Voor 'algebra' vinden we echter een gelijkaardige samenhang, maar nu negatief. De resultaten van de leerlingen hangen algemeen genomen niet samen met de mate van oplossingsgericht werken, contextualisering en inzichtelijk werken.

4.3. RESULTATEN KUNST- EN TECHNISCH SECUNDAIR ONDERWIJS

Ook voor de toetsen over de eindtermen voor het kso en tso beschrijven we het percentage leerlingen dat de eindtermen bereikt. Hierbij besteden we aandacht aan de prestaties van een aantal specifieke leerlingengroepen. We bekijken, op dezelfde manier als voor de basisvorming, de samenhang van de toetsprestaties met de achtergrondkenmerken.

Hoeveel leerlingen beheersen de eindtermen?

Figuur 13 geeft weer hoeveel leerlingen de eindtermen halen voor de drie toetsen die werden afgenomen in het kso en tso. Voor 'functies met tabellen en grafieken' en 'functies met algebra' zijn de resultaten vergelijkbaar met respectievelijk 39 en 37 procent van de leerlingen die de eindtermen behalen. Voor 'statistiek' lagen de resultaten lager: slechts 25 procent van de leerlingen bereikt het minimumniveau dat in de eindtermen wordt vastgelegd.

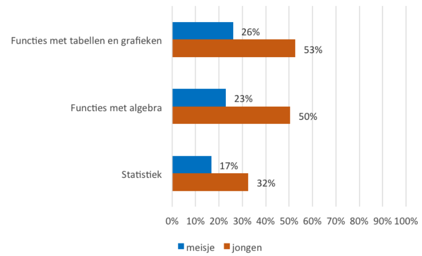


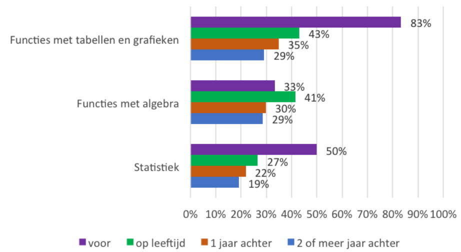
Figuur 13 – Percentage leerlingen uit het kso en tso dat de eindtermen haalt

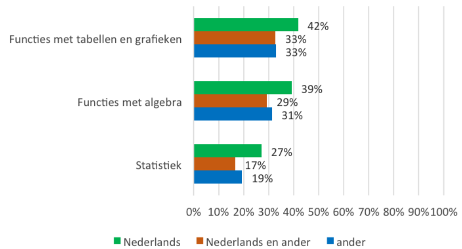
Wanneer we naar specifieke leerlingengroepen kijken (Figuur 14), merken we dat jongens voor alle domeinen vaker de eindtermen bereiken dan meisjes. Voor 'functies met tabellen en grafieken' en 'functies met algebra' bereikt ongeveer de helft van de jongens de eindtermen, terwijl dit bij de meisjes slechts een kwart is. Voor 'statistiek' ligt het resultaat zowel voor de jongens als de meisjes nog lager.

Leerlingen die op leeftijd zitten, doen het voor de drie toetsen beter dan leerlingen met schoolse achterstand. De prestaties van leerlingen die minstens één jaar achter zitten zijn vergelijkbaar. De prestaties van leerlingen die voor zijn op leeftijd zijn zeer variabel, maar het gaat slechts om zes leerlingen.

Leerlingen die thuis enkel Nederlands spreken, behalen vaker de eindtermen dan leerlingen die thuis (ook) een andere taal spreken. Er zijn weinig verschillen tussen leerlingen die thuis enkel een andere taal spreken en leerlingen die Nederlands combineren met een andere taal.







Figuur 14 – Percentage leerlingen dat de eindtermen beheerst per leerlingengroep

Tabel 21 toont de resultaten voor de verschillende studierichtingen in kso en tso. Er zijn grote verschillen in de prestaties van de leerlingen uit de verschillende studierichtingen. De leerlingen uit de studierichtingen techniek-wetenschappen en industriële wetenschappen presteren op de drie toetsen het beste. Voor de toetsen over het oplossen van 'functies met tabellen en grafieken' en 'functies met algebra' bereiken bijna al deze leerlingen de eindtermen. Voor 'statistiek' ligt het resultaat van industriële wetenschappen wat lager.

Voor 'functies met tabellen en grafieken' doen de leerlingen uit informaticabeheer, elektromechanica en de overige studierichtingen van mechanica-elektriciteit het ook vrij goed. Minder dan één op tien leerlingen uit de studierichtingen secretariaat-talen, schoonheidsverzorging en jeugd- en gehandicaptenzorg behaalt de eindtermen voor deze toets.

Voor 'functies met algebra' behaalt meer dan twee derde van de leerlingen uit informaticabeheer en elektromechanica de eindtermen. Ook voor deze toets behaalt in een aantal studierichtingen minder dan 10 procent van de leerlingen het vooropgestelde minimumniveau. De leerlingen uit schoonheidsverzorging, jeugd- en gehandicaptenzorg en onthaal en public relations presteren het zwakst.

Voor 'statistiek' behaalt, buiten de leerlingen uit techniek-wetenschappen en industriële wetenschappen, enkel uit de studierichting informaticabeheer meer dan de helft van de leerlingen de eindtermen. Ook voor deze toets scoren de leerlingen uit secretariaat-talen, schoonheidsverzorging en jeugd- en gehandicaptenzorg het laagst. Opnieuw bereikt minder dan 10 procent van deze leerlingen de eindtermen.

We maken hier niet, zoals bij de resultaten voor aso, de opsplitsing naar aantal uren binnen de studierichtingen, omdat binnen één studierichting bijna alle leerlingen evenveel uren wiskunde krijgen. We geven in de tabel per studierichting aan wat het bereik van aantal uren wiskunde in onze steekproef was.

Tabel 21: *Percentage leerlingen dat de eindtermen beheerst per studierichting.*

	Functies met tabellen en grafieken	Functies met algebra	Statistiek
Chemie			
Chemie (3 of 4 uur)	64	57	14
Techniek-wetenschappen (6 uur)	98	95	80
Handel			
Boekhouden-informatica (4 of 5 uur)	54	59	36
Handel (2 of 3 uur)	51	45	34
Informaticabeheer (4 uur)	78	70	54
Secretariaat-talen (2 uur)	6	10	8
Hout			
Houttechnieken (2 uur)	11	30	14
Lichaamsverzorging			
Schoonheidsverzorging (2 uur)	4	3	6
Mechanica-elektriciteit			
Elektrische installatietechnieken (2 uur)	30	31	20
Elektromechanica (3 of 4 uur)	82	67	40
Industriële wetenschappen (6 of 8 uur)	91	94	62
Overige mechanica-elektriciteit (2, 4 of 5 uur)	73	54	27
Personenzorg			
Gezondheids- en welzijnswetenschappen (2 of 3 uur)	24	18	22
Jeugd- en gehandicaptenzorg (2 of 3 uur)	7	2	2
Sociale en technische wetenschappen (2 of 3 uur)	35	31	13
Sport			
Lichamelijke opvoeding en sport (2 of 3 uur)	40	49	11
Toerisme			
Onthaal en public relations (2 uur)	12	5	10
Toerisme (2 uur)	12	8	14
Overige tso-studierichtingen (2 tot 6 uur)	36	33	22
Kso (2, 3 of 4 uur)	43	37	28

Waarmee hangen prestatieverschillen samen?

Net zoals bij de aso-leerlingen voeren we voor de leerlingen uit kso en tso analyses uit waarbij we de prestatieverschillen zuiverder kunnen interpreteren door onrechtstreekse invloeden van andere kenmerken mee in rekening te brengen. Opnieuw nemen we de kenmerken uit Tabel 9 mee in die analyses.

Studierichting

De analyses bevestigen de patronen die we al zagen opduiken bij het behalen van de eindtermen. Tabel 22 toont significante verschillen tussen studierichtingen in hun prestaties ten opzichte van de referentiecategorie sociale en technische wetenschappen.

» De leerlingen uit de studierichtingen techniek-wetenschappen, boekhouden-informatica, informaticabeheer, industriële wetenschappen en de overige studierichtingen van mechanica-elektriciteit doen het voor de drie toetsen beter dan de leerlingen uit sociale en technische wetenschappen.

» De leerlingen uit secretariaat-talen doen het over de gehele lijn minder goed dan de leerlingen uit sociale en technische wetenschappen.

» Leerlingen uit kso presteren voor functies met tabellen en grafieken beter dan de leerlingen uit sociale en technische wetenschappen. Voor de andere toetsen zijn hun prestaties vergelijkbaar.

Tabel 22: *Overzicht van de studierichtingen die significant samenhangen met betere (+) of minder goede (–) prestaties op de toetsen voor kso en tso*

	Functies met tabellen en grafieken	Functies met algebra	Statistiek
Studierichting (t.o.v. sociale en technische wetenschappen)			
Chemie			
Chemie	+	+	
Techniek-wetenschappen	+	+	+
Handel			
Boekhouden-informatica	+	+	+
Handel			
Informaticabeheer	+	+	+
Secretariaat-talen	–	–	–
Hout			
Houttechnieken	–		
Lichaamsverzorging			
Schoonheidsverzorging	–	–	
Mechanica-elektriciteit			
Elektrische installatietechnieken			
Elektromechanica		+	
Industriële wetenschappen	+	+	+
Overige mechanica-elektriciteit	+	+	+
Personenzorg			
Gezondheids- en welzijnswetenschappen			
Jeugd- en gehandicaptenzorg	–	–	
Sport			
Lichamelijke opvoeding en sport			
Toerisme			
Onthaal en public relations		–	
Toerisme	–	–	
Overige tso-studierichtingen			
kso	+		

Leerlingkenmerken

De resultaten met betrekking tot enkele leerlingkenmerken worden weergegeven in Tabel 23. Hieruit blijkt het volgende:

» Jongens presteren op alle toetsen beter dan meisjes.

» Leerlingen met één jaar schoolse achterstand doen het iets minder goed voor 'functies met algebra' dan leerlingen die op leeftijd zitten. Voor de andere twee toetsen zijn hun prestaties vergelijkbaar wanneer de achtergrondkenmerken in rekening worden gebracht. Leerlingen met twee of meer jaar schoolse achterstand doen het minder goed voor 'functies met tabellen en grafieken' en statistiek.

» Leerlingen met dyscalculie presteren minder goed voor 'functies met algebra' en statistiek. Met de andere leermoeilijkheden vinden we geen samenhang.

» Leerlingen die in grotere mate een elaboratieve studiemethode hanteren, doen het over de gehele lijn beter. We vinden geen verband tussen de prestaties en de mate waarin leerlingen een controlerende studiemethode gebruiken.

» Zowel de intrinsieke als de instrumentele motivatie voor wiskunde hangt positief samen met de resultaten voor de wiskundetoetsen. Net zoals voor de aso-leerlingen is de samenhang met intrinsieke motivatie wat sterker dan met instrumentele motivatie. Ook het academisch zelfconcept voor wiskunde vertoont een positieve samenhang met de resultaten voor wiskunde.

» Wanneer leerlingen in de toekomst graag iets met wiskunde willen doen, behalen ze over de hele lijn betere resultaten.

Tabel 23: *Overzicht van leerlingkenmerken die significant samenhangen met betere (+) of minder goede (–) prestaties op de toetsen voor kso en tso*

	Functies met tabellen en grafieken	**Functies met algebra**	**Statistiek**
Jongens	+	+	+
Leeftijd (t.o.v. op leeftijd)			
voor op leeftijd			
één jaar achter		–	
meer dan één jaar achter	–		–
Beperkingen bij het leren (t.o.v. geen)			
Dyslexie			
Dyscalculie		–	–
ADHD			
ASS			
Elaboratieve studiemethode	+	+	+
Controlerende studiemethode			
Intrinsieke motivatie voor wiskunde	+	+	+
Instrumentele motivatie voor wiskunde	+	+	+
Academisch zelfconcept wiskunde	+	+	+
Wiskunde in de toekomst	+	+	+

Schoolloopbaan

In Tabel 24 worden de resultaten met betrekking tot enkele kenmerken van de schoolloopbaan van de leerlingen getoond. We plaatsten elke leerling in een schoolloopbaantype op basis van de onderwijsvorm waarin de leerling het getuigschrift tweede graad behaalde en of die het getuigschrift eerste graad behaalde in moderne wetenschappen, Latijn of Grieks-Latijn of in een andere basisoptie. Daarnaast gingen we ook nog na of de prestaties samenhangen met in het verleden een B-attest voor wiskunde te hebben gekregen.

» Wat betreft het schoolloopbaantype van de leerlingen, zien we dat de leerlingen die in de tweede graad in het kso en tso zaten, maar in de eerste graad moderne wetenschappen, Latijn of Grieks-Latijn volgden, het beter doen voor 'functies met tabellen en grafieken' dan leerlingen die in de eerste graad een eerder technisch gerichte basisoptie volgden. Leerlingen die in de tweede graad in het aso zaten, doen het over de gehele lijn beter.

» Leerlingen die ooit van studierichting moesten veranderen omwille van een B-attest voor wiskunde, doen het minder goed voor 'functies met tabellen en grafieken' en 'algebra'. Voor 'statistiek' verschillen hun prestaties niet significant.

Tabel 24: *Overzicht van schoolloopbaankenmerken die significant samenhangen met betere (+) of minder goede (–) prestaties op de toetsen voor kso en tso*

	Functies met tabellen en grafieken	Functies met algebra	Statistiek
Schoolloopbaantype (t.o.v. 2de graad kso of tso – 1ste graad technische opties)			
2de graad kso of tso – 1ste graad moderne wetenschappen of klassieke talen	+		
2de graad aso	+	+	+
Van studierichting moeten veranderen omwille van een B-attest voor wiskunde	–	–	

Gezinskenmerken

» Er is geen samenhang tussen de sociaal-economische status van het gezin van de leerlingen en de resultaten.

» Leerlingen die thuis Nederlands spreken in combinatie met een andere taal doen het voor de drie toetsen minder goed dan leerlingen die thuis enkel Nederlands spreken. Leerlingen die thuis enkel een andere taal spreken, doen het minder goed voor 'functies met tabellen en grafieken' en 'functies met algebra'.

» Het thuisklimaat voor wetenschap en techniek en de attitude van de ouders ten aanzien van wiskunde vertonen geen samenhang met de resultaten van de leerlingen.

Tabel 25: *Overzicht van gezinskenmerken die significant samenhangen met betere (+) of minder goede (–) prestaties op de toetsen voor kso en tso*

	Functies met tabellen en grafieken	Functies met algebra	Statistiek
Gunstige sociaal-economische status van het gezin			
Thuistaal (t.o.v. uitsluitend Nederlands)			
Nederlands met andere taal	–	–	–
Uitsluitend andere taal	–	–	
Stimulerend thuisklimaat voor wetenschap en techniek			
Attitude van ouders tegenover wiskunde			

Leerkrachtkenmerken

» Wat betreft het diploma van de leerkracht vinden we voor één toets samenhang met de toetsprestaties. In vergelijking met leerlingen die les krijgen van een leerkracht met een masterdiploma wiskunde, behalen leerlingen die les krijgen van een leerkracht met een masterdiploma in een verwant domein (bijvoorbeeld informatica, statistiek, ...) betere resultaten voor statistiek.

Tabel 26: *Overzicht van leerkrachtkenmerken die significant samenhangen met betere (+) of minder goede (–) prestaties op de toetsen voor kso en tso*

	Functies met tabellen en grafieken	Functies met algebra	Statistiek
Leerkrachtkenmerken			
Diploma leerkracht (t.o.v. master wiskunde)			
master in een verwant domein			+
master in een opleiding met een sterke wiskundige component			
master in een opleiding waarin wiskunde een hulpwetenschap is			
ander diploma			

Schoolkenmerken en klaspraktijk wiskunde

Net zoals voor het aso verzamelden we ook nu informatie over het schoolbeleid en de klaspraktijk voor wiskunde. Rekening houdend met de kenmerken uit Tabel 9, hangen de toetsresultaten nauwelijks nog samen met het schoolbeleid en de klaspraktijk wiskunde.

Wat betreft schoolbeleid, stellen we vast dat de mate van STEM-beleid algemeen genomen niet samenhangt met de resultaten van de leerlingen. Leerlingen van scholen met een horizontale vakgroepwerking doen het beter voor 'functies met tabellen en grafieken', maar niet voor de andere toetsen.

We bevroegen ook nog een aantal aspecten van de klaspraktijk tijdens de lessen wiskunde. Algemeen genomen presteren leerlingen niet verschillend naarmate de leerkracht meer oplossingsgericht werkt. Ook de mate van contextualisering en de mate van inzichtelijk werken tijdens de lessen wiskunde hangen niet samen met de toetsresultaten van de leerlingen.

5. Inhoudelijke duiding toetsprestaties

Om meer inzicht te krijgen in wat de toetsen concreet inhouden en over welk beheersingsniveau de leerlingen beschikken, geven we per toets een aantal voorbeeldopgaven vrij. We geven niet alle opgaven uit de toets vrij, zodat we de niet-vrijgegeven opgaven nog kunnen gebruiken bij een herhalingspeiling en we beide afnames aan elkaar kunnen koppelen. We hebben de opgaven zodanig gekozen dat ze het bereik in moeilijkheidsgraad van de toets weerspiegelen. De moeilijkheidsgraad van de opgaven bepaalden we op basis van de prestaties van de leerlingen op elke opgave: hoe meer leerlingen een opgave juist oplosten, hoe lager de moeilijkheidsgraad van de opgave. Per toets presenteren we de opgaven van gemakkelijk naar moeilijk.

Per toets volgen we bij de bespreking eenzelfde stramien waarbij we twee delen onderscheiden. In het eerste deel bespreken we alle voorbeeldopgaven afzonderlijk. Dat gebeurt telkens op basis van de wiskundige inhoud die in de opgave aan bod komt. Verder geven we voor elke opgave aan hoeveel procent van de leerlingen de voorbeeldopgave juist oploste. Bij de meerkeuzevragen noteren we ook hoe vaak de leerlingen een bepaald antwoordalternatief kozen. Het juiste antwoordalternatief staat vetgedrukt. Tot slot vermelden we bij elke voorbeeldopgave of de leerling die net het minimumniveau van de eindtermen bereikt de opgave moet beheersen. In wat volgt noemen we die leerling de cesuurleerling. Zoals in het eerste hoofdstuk beschreven werd, legden deskundigen uit het onderwijsveld het verwachte prestatieniveau vast. De verwachte prestaties voor de cesuurleerling zijn altijd gebaseerd op het oordeel van die onderwijsdeskundigen. Ze worden telkens samengevat aan de hand van een figuur.

In het tweede deel bespreken we aan de hand van dezelfde figuur het prestatieniveau van leerlingen die zich op een bepaalde plaats in de leerlingengroep bevinden. Daarbij besteden we zowel aandacht aan leerlingen die laag presteren in vergelijking met hun medeleerlingen als aan leerlingen die goed presteren op de toetsen. Op die manier krijgen we een zicht op wat verschillende typische leerlingen concreet onder de knie hebben.

5.1. VOORBEELDOPGAVEN ALGEMEEN SECUNDAIR ONDERWIJS - BASISVORMING

Reële functies

Deze eerste toets in een reeks van vijf behandelt een aantal algemene aspecten van functies. Een eerste groep opgaven betreft het lezen en interpreteren van grafieken (Eindterm 14). Zaken die aan bod komen, zijn het aflezen van symmetrie, van nulwaarden en teken van de functiewaarden, en van stijgen, dalen en extrema. Het kan daarbij gaan over een grafiek in een context of zonder context.

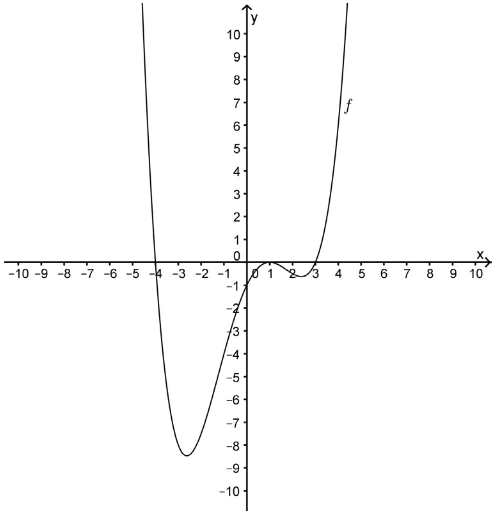
Een tweede groep opgaven focust op het verband tussen een functie en haar inverse in een aantal specifieke gevallen, namelijk machtsfuncties met natuurlijke exponent en de overeenkomstige wortelfuncties enerzijds, en exponentiële en logaritmische functies anderzijds (Eindterm 23).

De laatste groep opgaven handelt over het gebruiken van tabellen en grafieken als hulpmiddel bij veeltermvergelijkingen en -ongelijkheden en voorschriften van veeltermfuncties (Eindterm 32). Eindterm 32 komt ook aan bod in de volgende twee toetsen, maar dan in relatie tot exponentiële en goniometrische functies, vergelijkingen en ongelijkheden.

Leerlingen kregen een formularium. Voor een deel van de opgaven mochten ze gebruik maken van een grafische rekenmachine of computer, maar voor een ander deel van de opgaven mocht dat niet. Bij de voorbeeldopgaven geeft een icoon telkens aan wanneer het gebruik van ICT niet toegelaten was.

VOORBEELDOPGAVE 1

Hieronder zie je een grafiek van een functie *f*.



Geef alle nulwaarden (nulpunten) van deze functie die tussen −10 en 10 liggen.

A −4,0 en 3

B −4,1 en 3

C −4,−1 en 3

D −4,0,1 en 3

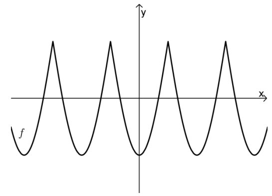
A: 1%, **B: 95%**, C: 2%, D: 2%

In de eerste voorbeeldopgave moet de leerling uit een grafiek de nulwaarden (nulpunten) aflezen. Op deze manier toetsen we of de leerling het begrip nulwaarde correct kan gebruiken. Bijna alle leerlingen (95%) lossen deze opgave goed op. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

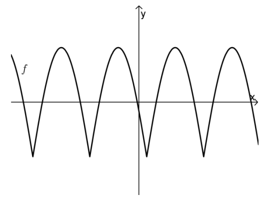
VOORBEELDOPGAVE 2

Hieronder zie je de grafieken van 3 functies. Je mag ervan uitgaan dat de grafieken volgens het aangegeven patroon oneindig doorlopen.

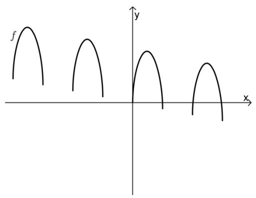
A



B



C



Juist of fout?

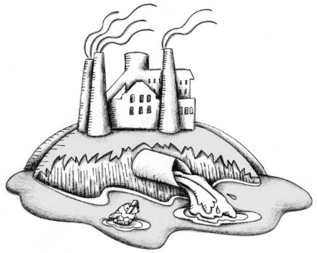
De grafiek van de functie *f* is symmetrisch ten opzichte van de *y*-as in ...

a.	figuur A.	juist	fout
b.	figuur B.	juist	fout
c.	figuur C.	juist	fout

Correct (a: juist, b: fout, c: fout): 86%

De meeste leerlingen (86%) lezen in deze opgave bij elk van de drie grafieken correct af of deze symmetrisch is ten opzichte van de verticale as. De opgave gaat na of de leerling het begrip symmetrie kent. De leerlingen mochten bij deze opgave geen ICT gebruiken. We verwachten van de cesuurleerling dat hij deze opgave beheerst.

VOORBEELDOPGAVE 3



Volgens de wettelijke norm mag de concentratie van zware metalen in lozingswater niet groter zijn dan 500 mg/liter.

Op een bepaalde dag werd in het lozingswater van een chemisch bedrijf de concentratie van zware metalen (in mg/liter) gemeten tussen 8 uur 's morgens en 2 uur in de namiddag.

De concentratie wordt berekend met $C(t) = -7t^3 + 42t^2 + 380$, waarbij $C(t)$ de concentratie in mg/liter is op het tijdstip t. De tijd t is uitgedrukt in uur en $t = 0$ stelt 8 uur 's morgens voor.

Hoelang was tijdens deze meting de concentratie van zware metalen groter dan de wettelijke norm?

A ongeveer 2 uur

B ongeveer 3 uur

C ongeveer 3 uur en 20 minuten

D ongeveer 5 en een half uur

A: 8%, B: 18%, **C: 64%**, D: 7%

In deze contextopgave moet de leerling inzien dat hij het antwoord kan vinden door een veeltermongelijkheid op te lossen en de oplossing te interpreteren. Dit kan door de grafiek van de gegeven functie te snijden met een horizontale rechte. Voor het maken van de grafiek is ICT noodzakelijk. Hieruit kan het juiste antwoord dan afgelezen worden zonder verdere berekeningen. Ongeveer twee derde van de leerlingen (64%) duidt het correcte antwoord aan. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 4

Veronderstel dat er een grafiek getekend is van de functie f met voorschrift $f(x) = x^2$ in een assenstelsel waarbij de assen loodrecht op elkaar staan en de eenheden op beide assen gelijk zijn.

Wat moet je doen om vanuit deze grafiek de grafiek van de functie g met voorschrift $g(x) = \sqrt{x}$ te verkrijgen?

A het domein van de functie f beperken tot positieve x-waarden en de grafiek van de verkregen functie spiegelen ten opzichte van de oorsprong

B het domein van de functie f beperken tot positieve x-waarden en de grafiek van de verkregen functie spiegelen ten opzichte van de rechte met vergelijking $y = x$

C de grafiek van f spiegelen ten opzichte van de oorsprong

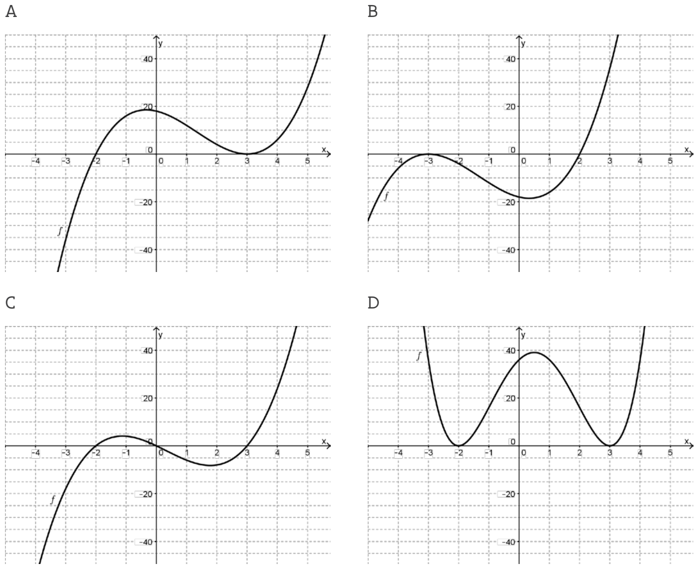
D de grafiek van f spiegelen ten opzichte van de rechte met vergelijking $y = x$

A: 14%, **B: 60%**, C: 11%, D: 14%

Drie vijfde van de leerlingen lost deze opgave over eindterm 23 correct op. De leerling moet inzien dat het domein van de functie eerst beperkt wordt en dat de beperkte grafiek daarna gespiegeld wordt om de eerste bissectrice. Een icoontje rechtsboven de opgave gaf aan dat leerlingen bij deze opgave geen gebruik mochten maken van ICT. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 5

Hieronder zie je de grafieken van 4 veeltermfuncties.



Welk van de bovenstaande figuren is de grafiek van een veeltermfunctie *f* met een voorschrift van de vorm $f(x) = (x - a)(x - b)^2$ met $a < 0$ en $b > 0$?

A	figuur A
B	figuur B
C	figuur C
D	figuur D

A: 56%, B: 14%, C: 16%, D: 12%

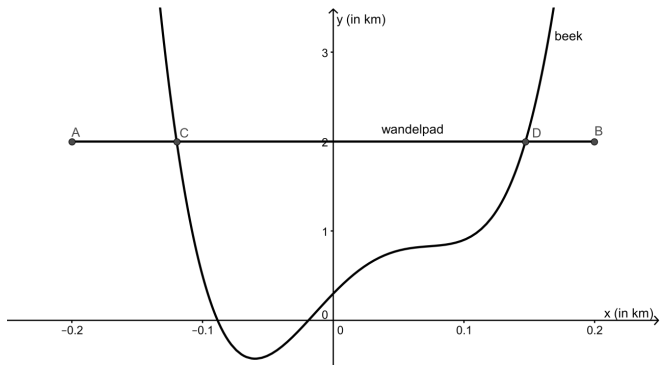
Iets meer dan de helft van de leerlingen (56%) lost deze opgave correct op. Hiervoor moet de leerling een verband weten te leggen tussen het voorschrift en de grafiek van de functie, op basis van informatie die hij uit grafiek en voorschrift kan afleiden over nulwaarden en tekenverloop. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 6

Door een bos loopt een kronkelende beek. De vergelijking van de kromme die bij de beek hoort is $y = 11000x^4 - 1300x^3 - 70x^2 + 15x + 0{,}3$ waarin x en y afstanden in kilometer voorstellen.

Een wandelpad loopt van *A* naar *B* in oostelijke richting door het bos en valt samen met de rechte $y = 2$.

Twee bruggen *C* en *D* zorgen ervoor dat de wandelaars met droge voeten hun eindbestemming bereiken.



Hoe ver liggen de bruggen *C* en *D* van elkaar verwijderd? Rond je antwoord af op 1 meter.

De afstand tussen de bruggen *C* en *D* bedraagt .... meter.

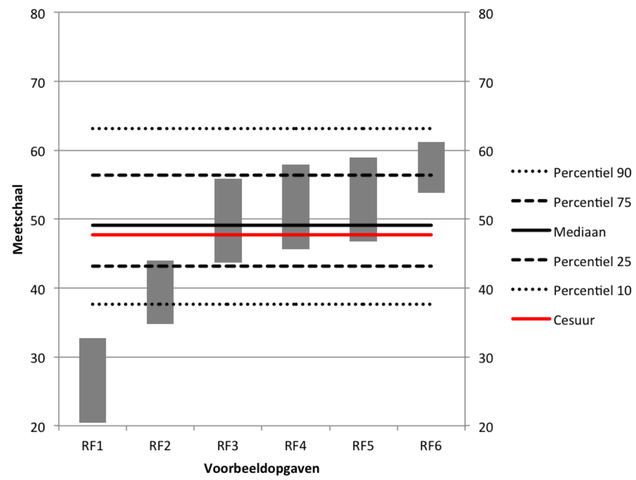
Correct (267 meter): 38%

Deze voorbeeldopgave heeft veel gemeen met de derde voorbeeldopgave. Ook nu is het een contextopgave. De leerling moet in de eerste plaats inzien dat hij het antwoord kan vinden door een veeltermvergelijking op te lossen. De corresponderende grafiek is gegeven, maar moet door de leerling met ICT gereproduceerd worden vanuit het gegeven voorschrift om het antwoord met de vereiste nauwkeurigheid te kunnen vinden. Een belangrijk verschil met de derde voorbeeldopgave is dat het nu niet mogelijk is om het antwoord te vinden zonder de snijpunten met de horizontale rechte daadwerkelijk te berekenen. Ook hiervoor is het gebruik van ICT noodzakelijk. Iets minder dan twee vijfde van de leerlingen (38%) vindt het correcte antwoord. Deze opgave gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen.

Wat kunnen leerlingen bij reële functies?

De prestaties van de leerlingen op de voorbeeldopgaven voor reële functies vatten we samen in (Figuur 15). Elk balkje in die figuur stelt een voorbeeldopgave voor die op de meetschaal geplaatst wordt. Op die meetschaal behaalt de gemiddelde leerling een score van 50. De onderkant van het balkje geeft het punt op de meetschaal aan waarop een leerling de opgave voldoende beheerst. De bovenkant van het balkje geeft het punt aan waarboven een leerling een goede beheersing van de opgave heeft.

Op de figuur geven lijnen de prestaties van de percentielleerlingen en de cesuurleerling weer. De percentielleerlingen zijn leerlingen die zich op een bepaalde plaats in de leerlingengroep bevinden. De leerling op percentiel 10 is bijvoorbeeld die leerling in vergelijking met wie 10 procent van de leerlingen minder goed presteren. De percentiel 50-leerling is dan op zijn beurt de leerling die zich qua vaardigheid juist in het midden van de leerlingengroep bevindt en komt dus overeen met de mediaan van de leerlingengroep. We benoemen die verderop als de mediaanleerling. De leerling op percentiel 75 presteert beter dan drie kwart van zijn medeleerlingen, maar moet nog een kwart van de leerlingen laten voorgaan. Wanneer de lijn van een leerling onder het balkje van de voorbeeldopgave ligt, beheerst de leerling de opgave nog niet. Doorkruist de lijn het balkje van de opgave, dan heeft de leerling een voldoende beheersing van de opgave. Ligt de lijn boven het balkje, dan heeft die leerling een goede beheersing van de opgave.



Figuur 15 – Beheersingsniveau voorbeeldopgaven – reële functies

De **percentiel 10-leerling** beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven. Deze leerling kan allerlei kenmerken, zoals nulwaarden en symmetrie, aflezen uit een grafiek. De andere voorbeeldopgaven lukken nog niet. De **percentiel 25-leerling** heeft een goede beheersing van de eerste voorbeeldopgave. Voor de tweede opgave is de beheersing voldoende. De **mediaanleerling** beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven goed, maar beheerst bovendien ook de volgende drie opgaven voldoende. Deze leerling kan met ICT grafieken maken om ongelijkheden op te lossen en kan grafiek en voorschrift van een functie aan elkaar koppelen door uit beide informatie af te leiden over nulwaarden en tekenverloop. Deze leerling heeft inzicht in het verband tussen de functie $f(x) = x^2$ en $g(x) = \sqrt{x}$. De zesde voorbeeldopgave is voor deze leerling nog te moeilijk. De **percentiel 75-leerling** beheerst alle voorbeeldopgaven. Het verschil met de mediaanleerling wordt duidelijk bij het vergelijken van de derde en de zesde voorbeeldopgave. In beide voorbeeldopgaven moet de leerling inzien dat hij een vergelijking of ongelijkheid moet oplossen en moet hij een grafiek tekenen met ICT. In de derde voorbeeldopgave volstaat het vervolgens om de afstand tussen twee snijpunten af te lezen. In de zesde voorbeeldopgave is het noodzakelijk om de twee snijpunten met behulp van ICT te berekenen. De **percentiel 90-leerling** heeft een goede beheersing van alle voorbeeldopgaven. In de peiling beheerst 56% van de leerlingen de opgaven die onder de grens van de cesuur liggen.

Exponentiële functies

In de tweede toets over reële functies wordt ingezoomd op exponentiële functies. Een eerste groep opgaven gaat over het gebruik van rationale exponenten (Eindterm 21). Het zijn meestal opgaven die nagaan of leerlingen deze notatie begrijpen.

Een volgende groep opgaven heeft betrekking op de grafiek van de exponentiële functie $f(x) = a^x$ en eigenschappen van deze functie op het vlak van domein, bereik, stijgen en dalen, bijzondere punten van de grafiek en asymptotisch gedrag (Eindterm 22). Ook hier gaat het meestal over opgaven die peilen naar begrip.

Een derde groep opgaven gaat over het bepalen van de derde variabele in $a^b = c$ als twee van de variabelen bekend zijn. Het kan dan gaan over het berekenen van een macht, over het oplossen van een exponentiële vergelijking of over het oplossen van een machtsvergelijking (of vergelijkingen die hiertoe te herleiden zijn). Deze opgaven zijn toepassingsvragen.

De laatste groep opgaven gaat over het gebruiken van tabellen en grafieken als hulpmiddel bij exponentiële vergelijkingen en -ongelijkheden en voorschriften van exponentiële functies. Deze opgaven hebben betrekking op eindterm 32, die ook in de eerste en derde toets voorkomt. Nu gaat het specifiek over opgaven waarin exponentiële functies voorkomen.

Leerlingen kregen een formularium. Voor de meeste opgaven mochten ze gebruik maken van een grafische rekenmachine of computer. Voor een beperkt aantal opgaven mocht dat niet. Bij de voorbeeldopgaven geeft een icoon telkens aan wanneer het gebruik van ICT niet toegelaten was.

VOORBEELDOPGAVE 1

$3^{-\frac{2}{3}} = \ldots$

A $\frac{1}{27}$

B -2

C $\sqrt[3]{3^{-2}}$

D $\sqrt{3^{-3}}$

A: 5%, B: 3%, **C: 86%**, D: 5%

De meeste leerlingen (86%) lossen de eerste voorbeeldopgave correct op. De opgave gaat na of de leerling machten met een negatieve rationale exponent begrijpt. Bij deze opgave mocht de leerling geen ICT gebruiken.

VOORBEELDOPGAVE 2

Wat is het domein van de functie f met voorschrift $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$?

A $\mathbb{R}$

B $[0\ ,\ +\infty[$

C $]0\ ,\ +\infty[$

D $[1\ ,\ +\infty[$

A: 78%, B: 8%, C: 10%, D: 3%

Deze opgave gaat over het begrijpen van een eigenschap van exponentiële functies, namelijk dat het domein van elke exponentiële functie bestaat uit alle reële getallen. De opgave wordt correct opgelost door 78% van de leerlingen. We verwachten van de cesuurleerling dat hij deze opgave beheerst.

VOORBEELDOPGAVE 3

De vergelijking $b \cdot x^4 = 5b$ met $b > 0$ heeft als oplossing(en)

A $x = {}^4\log 4b$

B $x = \sqrt[4]{4b}$ en $x = -\sqrt[4]{4b}$

C $x = {}^4\log 5$

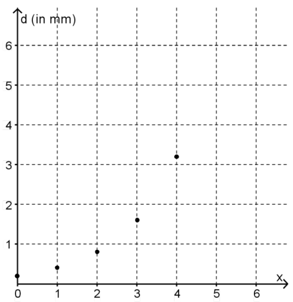
D $x = \sqrt[4]{5}$ en $x = -\sqrt[4]{5}$

A: 5%, B: 11%, C: 18%, **D: 63%**

In deze opgave moet de leerling een vergelijking oplossen door wortels te trekken. Iets meer dan drie vijfde van de leerlingen (63%) lost deze opgave correct op. Toch kiest ook bijna één op vijf leerlingen (18%) het foute antwoordalternatief C. Zij aanzien de vergelijking onterecht als een exponentiële vergelijking, die je met een logaritme moet oplossen. Deze opgave gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen.

VOORBEELDOPGAVE 4

Een vel papier dat 0,2 mm dik is wordt herhaaldelijk dubbelgevouwen. De grafiek hieronder toont de dikte d van het resultaat (in mm) in functie van het aantal keer dubbelvouwen x.



Hoe dikwijls moet je het vel papier minstens dubbelvouwen om een resultaat te krijgen dat dikker is dan 1 cm (= 10 mm) ?

A 5 keer

B 6 keer

C 7 keer

D 8 keer

A: 8%, **B: 62%**, C: 18%, D: 10%

Om deze opgave op te lossen moeten de leerlingen een exponentiële ongelijkheid oplossen, waarbij de onbekende enkel natuurlijke getallen als waarde aanneemt. Ze krijgen een grafiek ter ondersteuning, maar moeten deze grafiek verder aanvullen vóór ze de oplossing kunnen aflezen. Dat volstaat om de oplossing te vinden. Het is ook mogelijk om zelf een tabel op te stellen. Iets meer dan drie vijfde van de leerlingen (62%) duidt het correcte antwoordalternatief B aan. Een grote groep leerlingen (28%) kiest antwoordalternatief C of D en onderschat dus hoe snel deze exponentiële functie stijgt. Deze opgave gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen.

VOORBEELDOPGAVE 5

Bepaal a en b zodat $\sqrt[5]{4^9} = 2^{\frac{a}{b}}$.

A $a = 5$ en $b = 9$

B $a = 9$ en $b = 5$

C $a = 18$ en $b = 5$

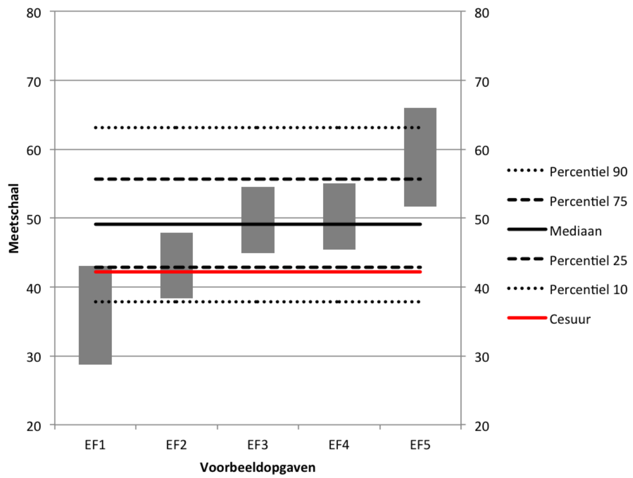
D $a = 5$ en $b = 18$

A: 5%, B: 43%, **C: 46%**, D: 5%

Deze opgave gaat over het gebruik van rationale exponenten. Om het antwoord te vinden, moet de leerling het omzetten van een wortel in een rationale exponent combineren met het toepassen van rekenregels voor machten. Iets minder dan de helft van de leerlingen (46%) brengt dit tot een goed eind. Bijna evenveel leerlingen (43%) hebben de wortel wel omgezet in een rationale exponent, maar hebben geen rekening gehouden met het verschil in grondtal (antwoordalternatief B). Deze opgave gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen.

Wat kunnen leerlingen bij exponentiële functies?

De prestaties van de leerlingen voor exponentiële functies vatten we op dezelfde manier als voor reële functies samen (Figuur 16). Opnieuw stelt elk balkje een voorbeeldopgave voor op een meetschaal waarop de gemiddelde leerling een score van 50 behaalt. Ook worden de prestaties van de percentielleerlingen op dezelfde manier beschreven als voor lezen. De rode lijn geeft aan waar op de meetschaal de cesuurleerling gesitueerd is.



Figuur 16 – Beheersingsniveau voorbeeldopgaven – exponentiële functies

De **percentiel 10-leerling** beheerst de eerste voorbeeldopgave. Deze leerling begrijpt uitdrukkingen met negatieve rationale exponenten. De andere voorbeeldopgaven lukken nog niet. De **percentiel 25-leerling** beheerst de eerste voorbeeldopgave goed en de tweede voorbeeldopgave voldoende. Deze leerling kan eigenschappen van exponentiële functies koppelen aan de grafiek. De **mediaanleerling** beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven goed en de volgende twee voldoende. Deze leerling kan vergelijkingen en ongelijkheden oplossen, daarbij eventueel ondersteund door een grafiek of tabel die ze zelf maken. De vijfde voorbeeldopgave is voor deze leerling nog te moeilijk. De **percentiel 75-leerling** beheerst de eerste vier voorbeeldopgaven goed en de vijfde voorbeeldopgave voldoende. Hij kan het omzetten naar rationale exponenten combineren met het toepassen van rekenregels voor machten. Ondanks de algemeen genomen betere beheersing voor de **percentiel 90-leerling** bereikt die voor de vijfde voorbeeldopgave ook nog geen goede beheersing. Voor deze toets beheerst 78% van de leerlingen de opgaven onder de cesuur.

Goniometrische functies

De derde toets over reële functies is gewijd aan goniometrische functies. We kunnen de opgaven onderverdelen in verschillende groepen.

Een aantal opgaven handelen over het verband tussen radialen en graden en het voorstellen van een hoek op de goniometrische cirkel, zonder dat goniometrische functies een rol spelen (Eindterm 26). Een tweede groep opgaven heeft betrekking op het aflezen van de sinus van een hoek via goniometrische cirkel en het gebruik daarvan bij het tekenen van de grafiek van de sinusfunctie (Eindterm 27). Verder zijn er opgaven over eigenschappen van de sinusfunctie in verband met domein, bereik, stijgen en dalen, extrema en periodiciteit (Eindterm 28) en over de betekenis van de parameters a, b en c in het voorschrift van de algemene sinusfuncties $f(x) = a \,.\, \sin(bx + c)$ (Eindterm 29). Een volgende groep opgaven gaat over het oplossen van vergelijkingen van de vorm $\sin x = k$, met k een getal (Eindterm 30). Tot slot zijn er opgaven over het gebruiken van tabellen en grafieken als hulpmiddel bij goniometrische vergelijkingen en voorschriften van algemene sinusfuncties. Deze opgaven hebben betrekking op eindterm 32, die ook in de eerste twee toetsen voorkomt. Nu gaat het specifiek over opgaven waarin goniometrische functies of vergelijkingen voorkomen.

Leerlingen kregen een formularium. Voor alle opgaven mochten ze gebruik maken van een grafische rekenmachine of computer.

VOORBEELDOPGAVE 1

De periode van de functie f met voorschrift $f(x) = \sin x$ is ...

A 2π

B π

C 2

D 1

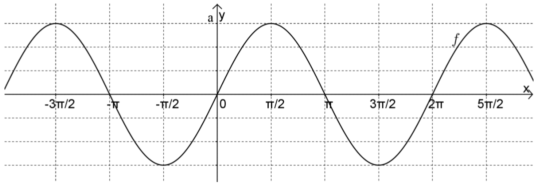
A: 79%, B: 12%, C: 2%, D: 4%

De eerste voorbeeldopgave gaat na of de leerling de periode van de sinusfunctie herkent en toetst op die manier feitenkennis over deze functie. Ze wordt door 79% van de leerlingen correct opgelost. We verwachten van de cesuurleerling dat hij deze opgave beheerst.

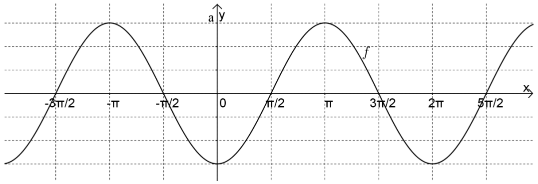
VOORBEELDOPGAVE 2

Welke grafiek hoort bij een functie *f* met voorschrift $f(x) = a \,.\, \sin x$ met $a > 0$?

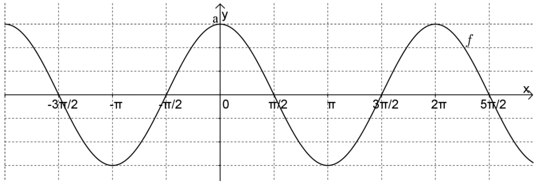
A



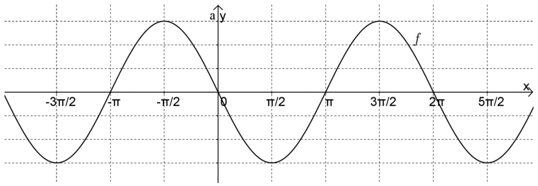
B



C



D

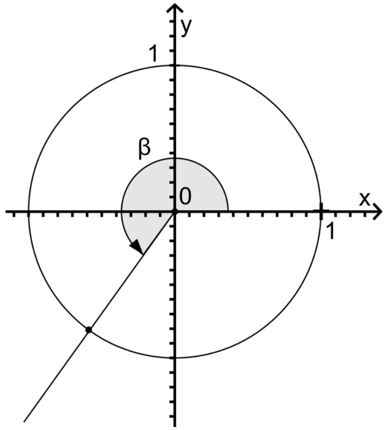


A: 69%, B: 7%, C: 14%, D: 7%

Deze opgave wordt door 69% van de leerlingen correct opgelost. Ze test of leerlingen de betekenis van de parameter *a* in de vergelijking van een algemene sinusfunctie goed begrepen hebben. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 3

Op de onderstaande goniometrische cirkel is β een georiënteerde hoek.



$\sin \beta = \ldots$

A –0,6

B –0,7

C –0,8

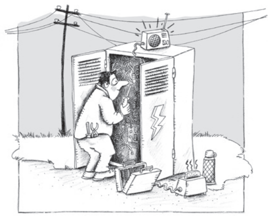
D –0,9

A: 20%, B: 15%, **C: 54%**, D: 8%

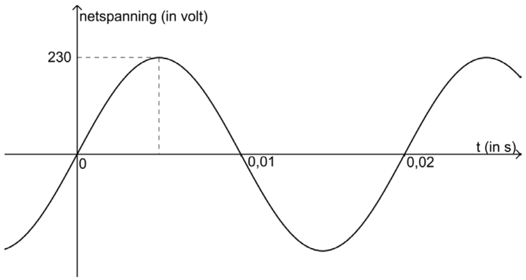
In deze opgave moet de leerling op de goniometrische cirkel de sinus van een gegeven hoek aflezen. Iets meer dan de helft van de leerlingen (54%) doet dit correct. Antwoordalternatief A, dat de cosinus van de hoek geeft, wordt door 20% van de leerlingen gekozen. We verwachten van de cesuurleerling dat hij deze opgave beheerst.

VOORBEELDOPGAVE 4

De netspanning (uitgedrukt in volt) in functie van de tijd (uitgedrukt in seconden) wordt in Europa bij benadering weergegeven door de functie f met voorschrift $f(t) = 230\sin(100\pi t)$.



Een grafiek van de functie f is hieronder getekend.



Hoeveel keer per seconde is de netspanning gelijk aan 220 volt?

A 50 keer

B 60 keer

C 75 keer

D 100 keer

A: 22%, B: 16%, C: 10%, **D: 49%**

Om deze opgave op te lossen moet de leerling een goniometrische vergelijking oplossen. Er is een grafiek ter ondersteuning, maar de oplossing is niet zomaar op deze grafiek af te lezen. De leerling moet de grafiek eerst in gedachten verder aanvullen op basis van periodiciteit. Iets minder dan de helft van de leerlingen (49%) duidt het correcte antwoordalternatief D aan. Deze opgave gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen.

VOORBEELDOPGAVE 5

Zet om in graden. Rond af op 0,1°.

1,5 radialen = ...°

Correct (85,9°): 33%

Deze opgave is een directe toepassing op het omzetten van radialen naar graden. Eén derde van de leerlingen vindt het goede antwoord. Deze opgave gaat verder dan wat we van de cesuurleerling verwachten.

VOORBEELDOPGAVE 6

Geef de oplossing(en) van de vergelijking $\sin x = -0{,}4$ die tot het interval $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ behoren. Rond af op 0,01.

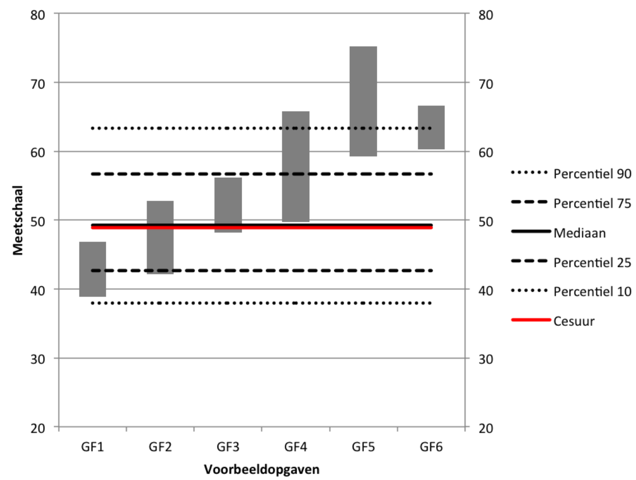
De oplossing(en): ....

Correct (3,55): 21%

In deze opgave moet de leerling een goniometrische vergelijking oplossen en daaruit de oplossing selecteren die in het gegeven interval ligt. De leerling kan daarbij bijvoorbeeld gebruik maken van een grafiek die hij zelf met behulp van ICT tekent. Als de leerling behalve de juiste oplossing ook nog oplossingen geeft die niet in het interval liggen, wordt het antwoord fout gerekend. Iets meer dan één vijfde van de leerlingen (21%) beantwoordt deze vraag correct. Deze opgave gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen.

Wat kunnen leerlingen bij goniometrische functies?

De prestaties van de leerlingen voor goniometrische functies vatten we opnieuw samen (Figuur 17) met een balkje per voorbeeldopgave op een meetschaal waarop de gemiddelde leerling een score van 50 behaalt. We bespreken op dezelfde manier als bij voorstaande figuren de prestaties van de percentielleerlingen. Ook in deze figuur geeft de rode lijn de cesuurleerling weer.



Figuur 17 – Beheersingsniveau voorbeeldopgaven – goniometrische functies

Voor de **percentiel 10-leerling** zijn alle voorbeeldopgaven nog te moeilijk. De **percentiel 25-leerling** beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven. Deze leerling heeft feitenkennis over de sinusfunctie en kan de parameter a in een algemene sinusfunctie interpreteren. De andere voorbeeldopgaven heeft deze leerling nog niet onder de knie. De **mediaanleerling** beheerst de eerste voorbeeldopgave goed en de volgende twee voldoende, maar de laatste drie nog niet. Deze leerling kan in vergelijking met de percentiel 25-leerling ook nog de sinus van een hoek aflezen van de goniometrische cirkel. De **percentiel 75-leerling** heeft een goede beheersing van de eerste drie voorbeeldopgaven, en beheerst de vierde voorbeeldopgave voldoende. Deze leerling kan de grafiek van een algemene sinusfunctie gebruiken om een vergelijking op te lossen. De vijfde en zesde voorbeeldopgave zijn voor deze leerling nog te moeilijk. De **percentiel 90-leerling** beheerst alle voorbeeldopgaven. Voor de toets over goniometrische functies beheerst 51% van de leerlingen de opgaven onder de grens van de cesuur.

Afgeleiden

De vierde toets in de reeks over reële functies handelt over afgeleiden van veeltermfuncties. Een eerste eindterm die in deze toets aan bod komt, betreft het concept afgeleide (Eindterm 15). Een eerste aspect hierin is de afgeleide als limiet van een differentiequotiënt, met daaraan gekoppeld de betekenis van de afgeleide als maat voor ogenblikkelijke verandering. Dit komt in de toets aan bod in zuiver wiskundige vorm, maar ook in de context van groeisnelheid en helling. Verder gaat het over de meetkundige betekenis van de afgeleide als richtingscoëfficiënt van de raaklijn en het opstellen van de vergelijking van de raaklijn.

Een volgende set opgaven heeft betrekking op het berekenen van de afgeleide functie en de afgeleide in een punt van veeltermfuncties. We toetsen of leerlingen de afgeleide kunnen bepalen van machtsfuncties met natuurlijke exponent (Eindterm 16) en of ze de somregel en de veelvoudregel voor afgeleiden kunnen toepassen (Eindterm 17).

Tot slot onderzoeken we of leerlingen de (eerste) afgeleide kunnen gebruiken om het functieverloop van veeltermfuncties te bestuderen (Eindterm 18). Er zijn opgaven over het verband tussen stijgen, dalen en extrema van een functie enerzijds en het teken en de nulwaarden van de afgeleide anderzijds. In dat verband gaan we ook na of leerlingen op basis van de grafiek van een functie kenmerken kunnen bepalen van de afgeleide functie en of ze, omgekeerd, uit de grafiek van de afgeleide functie kenmerken over de functie zelf kunnen afleiden.

Leerlingen kregen een formularium. Bij deze toets mochten de leerlingen geen ICT gebruiken.

VOORBEELDOPGAVE 1

De functie f heeft als voorschrift $f(x) = x^{10}$

Het voorschrift van de **afgeleide** functie f' is $f'(x) = ...$

A x^9

B $10x^{10}$

C $10x^9$

D $9x^{10}$

A: 2%, B: 2%, **C: 95%**, D: 1%

De eerste voorbeeldopgave toetst of de leerlingen de afgeleide van een machtsfunctie met natuurlijke exponent kunnen berekenen. Nagenoeg alle leerlingen (95%) lossen deze opgave correct op. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 2

De functie f heeft als voorschrift $f(x) = 3x^2 - 2x + 3$

Voor de **afgeleide** functie f' geldt $f'(1) = ...$

A 1

B 3

C 4

D 7

A: 3%, B: 4%, **C: 88%**, D: 5%

Ook de tweede voorbeeldopgave wordt door heel veel leerlingen goed opgelost (88%). Ze gaat na of de leerlingen de afgeleide van een tweedegraadsfunctie in een punt kunnen berekenen. We verwachten van de cesuurleerling dat hij deze opgave beheerst.

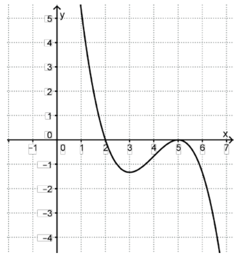
VOORBEELDOPGAVE 3

Dit zijn de tekentabellen van een **functie** f en haar **afgeleide functie** f'.
Welke grafiek hoort bij de functie f?

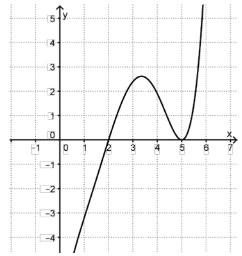
x		2		5	
$f(x)$	+	0	–	0	–

x		3		5	
$f'(x)$	–	0	+	0	–

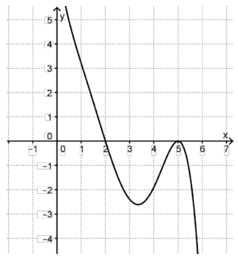
A



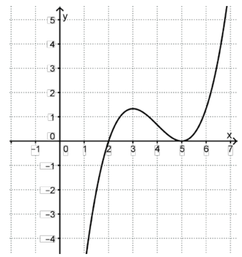
B



C



D



A: 74%, B: 2%, C: 18%, D: 4%

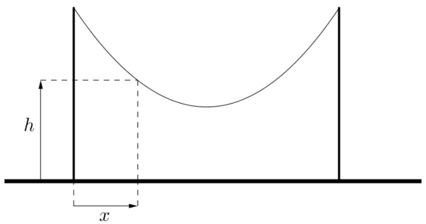
In deze opgave zijn een tekentabel van een functie en van haar afgeleide gegeven en moet de leerling de grafiek kiezen die in overeenstemming is met de gegeven informatie. Ongeveer drie kwart van de leerlingen (74%) duidt het correcte antwoordalternatief A aan. Ongeveer een vijfde van de leerlingen kiest antwoordalternatief B. De grafiek in B is in overeenstemming met alle informatie uit de tekentabellen, met uitzondering van de positie van het minimum. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 4

De kabels van een hangbrug hangen in de vorm van een parabool met vergelijking

$h = \frac{1}{40}x^2 - 2x + 70.$

Hierin is h de hoogte in meter boven het wegdek en x de afstand in meter tot de linkerpaal.



In de onderstaande tabel lees je de gemiddelde helling van de kabels over verschillende plaatsintervallen af.

plaatsinterval	gemiddelde helling over dat plaatsinterval
[59 , 60]	0,97500
[59,9 ; 60]	0,99750
[59,99 ; 60]	0,99975
[59,999 ; 60]	0,99998

Wat is de helling van de kabels op 60 meter van de linkerpaal?

De helling op 60 meter van de linkerpaal is ....

Correct (1): 67%

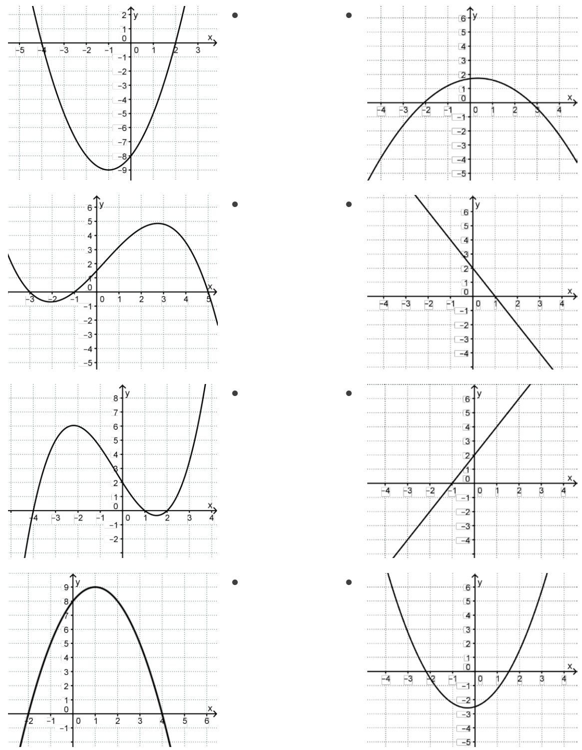
In deze opgave moeten de leerlingen een afgeleide bepalen in een context waarin deze afgeleide de betekenis heeft van de helling in een punt van een kabel. Er is niet alleen een functievoorschrift gegeven, maar ook een tabel met differentiequotiënten, die in de context de betekenis hebben van gemiddelde hellingen. Twee derde van de leerlingen (67%) slaagt erin om de gevraagde helling correct te bepalen. We verwachten van de cesuurleerling dat hij deze opgave beheerst.

VOORBEELDOPGAVE 5

Links zie je de grafieken van 4 functies en rechts zie je de grafieken van hun afgeleide functies.

Verbind elke grafiek aan de linkerkant met de bijhorende grafiek aan de rechterkant. Je hoeft hierbij geen berekeningen te maken.

functie | afgeleide functie



Correct (A3 - B1 - C4 - D2): 50%

Deze opgave gaat na of leerlingen op basis van grafieken een verband kunnen leggen tussen het verloop van een functie en eigenschappen van haar afgeleide, zoals bijvoorbeeld tussen het stijgen van een functie en het positief zijn van haar afgeleide. De helft van de leerlingen (50%) slaagt erin om alle correcte combinaties te vinden. Deze voorbeeldopgave gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen.

VOORBEELDOPGAVE 6

In een stad van 100 000 inwoners worden er x dagen na het begin van een griepperiode
$n(x) = -5x^2 + 200x + 25 \quad (0 \leq x \leq 40)$
gevallen van griep geteld.

Juist of fout?

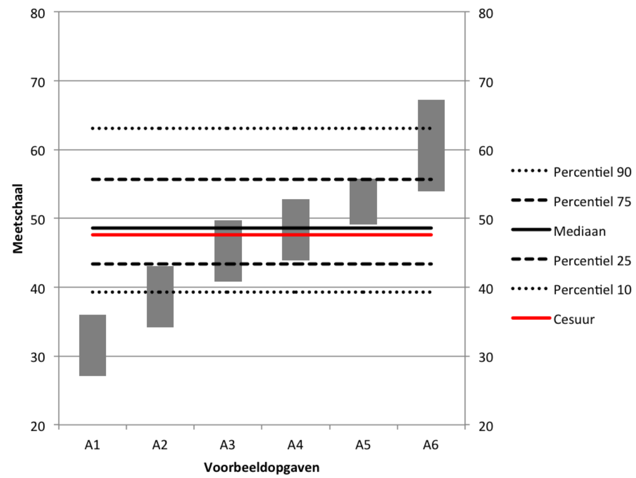
a.	Na 15 dagen is de groeisnelheid van het aantal griepgevallen gelijk aan 100 per dag.	juist	fout
b.	Na 25 dagen is de groeisnelheid van het aantal griepgevallen gelijk aan −50 per dag.	juist	fout

Correct (a: fout, b: juist): 41%

Twee vijfde van de leerlingen (41%) lost deze opgave correct op. Ze is verwant met de vierde voorbeeldopgave. In beide opgaven moeten de leerlingen een afgeleide bepalen in een context. Nu krijgt de afgeleide de betekenis van een groeisnelheid. Leerlingen kunnen in voorbeeldopgave 6 enkel gebruik maken van het voorschrift van de functie, niet meer van een tabel met differentiequotiënten. Deelopgave b, met een negatieve afgeleide, wordt door veel minder leerlingen correct opgelost dan deelopgave a (48% versus 75%). Deze opgave gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen.

Wat kunnen leerlingen bij afgeleiden?

De prestaties van de leerlingen voor afgeleiden vatten we net zoals bij de vorige toetsen samen met een balkje per voorbeeldopgave op een meetschaal waarop de gemiddelde leerling een score van 50 behaalt (Figuur 18). Ook in deze figuur geeft de rode lijn de cesuurleerling weer.



Figuur 18 – Beheersingsniveau voorbeeldopgaven – afgeleiden

De **percentiel 10-leerling** heeft een goede beheersing van de eerste voorbeeldopgave en een voldoende beheersing van de tweede. Hij kan de afgeleide functie en de afgeleide in een punt van een veeltermfunctie berekenen. De **percentiel 25-leerling** heeft een goede beheersing van de eerste twee voorbeeldopgaven en beheerst de derde voorbeeldopgave voldoende. Hij kan niet alleen afgeleiden berekenen, maar toont ook een zeker inzicht in het begrip afgeleide door een tekentabel van een functie en haar afgeleide te koppelen aan de grafiek van deze functie. De **mediaanleerling** beheerst daarenboven ook de vierde voorbeeldopgave. Hij kan de afgeleide van een veeltermfunctie in een punt bepalen in een contextopgave als het functievoorschrift en een tabel met differentiequotiënten gegeven zijn. De **percentiel 75-leerling** beheerst de eerste vijf voorbeeldopgaven goed, en beheerst de laatste voorbeeldopgave voldoende. Naast wat we eerder al aangaven, kan deze leerling ook de grafiek van een functie en haar afgeleide met elkaar in verband brengen en de afgeleide van een veeltermfunctie berekenen als enkel het functievoorschrift gegeven is. De **percentiel 90-leerling** heeft algemeen genomen een duidelijk hoger beheersingsniveau. Toch bereikt hij voor de zesde voorbeeldopgave weliswaar een voldoende, maar nog geen goede beheersing. Iets meer dan de helft van de leerlingen (53%) beheerst de opgaven onder de cesuur.

Problemen oplossen met functies en afgeleiden

Deze toets focust op problemen die opgelost kunnen worden met behulp van reële functies. Een eerste groep opgaven heeft betrekking op het herkennen van het begrip afgeleide in situaties buiten de wiskunde (Eindterm 19). Het gaat dan over opgaven waarin de leerlingen een snelheid, versnelling, helling, marginale kost of groeisnelheid moeten herkennen als afgeleide.

Een onderdeel van de toets heeft betrekking op het oplossen van extremumproblemen (Eindterm 20). De functies die hierin optreden, zijn veeltermfuncties, meestal beperkt tot graad 2 of 3. In sommige opgaven moeten de leerlingen het probleem volledig oplossen. In andere opgaven moeten ze enkel het functievoorschrift opstellen of het extremum bepalen bij een gegeven functievoorschrift.

Een volgende set opgaven zijn problemen i.v.m. exponentiële groei (Eindterm 25). Er zijn opgaven waarin leerlingen het verschil moeten zien tussen lineaire en exponentiële groei. In andere opgaven moeten leerlingen een berekening maken van een groeifactor, een waarde of de tijd waarop een waarde bereikt wordt (waaronder halfwaardetijd). Verder komt het omzetten van een groeifactor of groeipercentage naar een grotere of kleinere periode aan bod.

Tot slot zijn er problemen waarin leerlingen een functievoorschrift, vergelijking of ongelijkheid moeten opstellen (Eindterm 31). Het gaat daarbij over voorschriften, vergelijkingen en ongelijkheden die verband houden met een veeltermfunctie of een exponentiële functie.

Leerlingen kregen een formularium. Voor alle opgaven mochten ze gebruik maken van een grafische rekenmachine of computer.

VOORBEELDOPGAVE 1

Geef voor elke situatie aan of het om lineaire of exponentiële groei gaat.

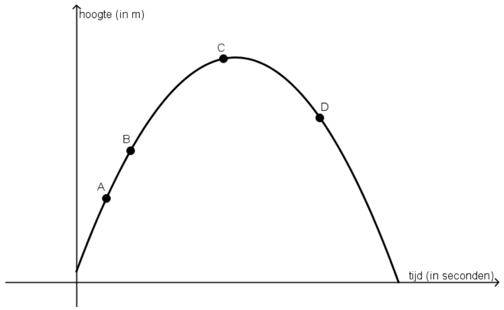
a. De bevolking van een land groeit jaarlijks aan met 1 %.	lineaire groei	exponentiële groei
b. De waarde van een auto vermindert jaarlijks met 20 %.	lineaire groei	exponentiële groei
c. Het aantal abonnees van een krant vermindert elk jaar met 1 000.	lineaire groei	exponentiële groei

Correct (a: exponentiële groei, b: exponentiële groei, c: lineaire groei): 81%

De eerste voorbeeldopgave gaat na of leerlingen het onderscheid kunnen maken tussen lineaire en exponentiële groei. Vier vijfde van de leerlingen (81%) geeft bij de drie onderdelen het juiste antwoord. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 2

Een tennisbal wordt verticaal omhooggeslagen. De hoogte van de tennisbal in functie van de tijd wordt voorgesteld in de figuur hieronder.



In welk van de getekende punten is de snelheid van de tennisbal het grootst?

A in punt A

B in punt B

C in punt C

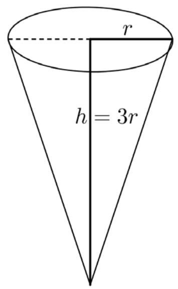
D in punt D

A: 68%, B: 9%, C: 6%, D: 16%

Om deze opgave goed op te lossen, moeten de leerlingen in de eerste plaats begrijpen dat de snelheid van de tennisbal de afgeleide is van de functie die de hoogte in functie van de tijd geeft en moeten ze bovendien de afgeleide kunnen aflezen uit de grafiek. Bijna zeven op tien leerlingen (68%) duidt het correcte antwoordalternatief aan. We verwachten van de cesuurleerling dat hij deze opgave beheerst.

VOORBEELDOPGAVE 3

In de figuur hieronder zie je een kegel waarvan de hoogte h gelijk is aan drie keer de straal r van het grondvlak. Alle afmetingen zijn uitgedrukt in cm.



Welke ongelijkheid moet je oplossen om te bepalen welke waarden de straal r van het grondvlak mag aannemen als de inhoud van de kegel groter moet zijn dan 100 cm³?

A $3\pi r^2 > 100$

B $\pi r^3 > 100$

C $2\pi r^2 > 100$

D $3\pi r^3 > 100$

A: 20%, **B: 59%**, C: 7%, D: 13%

In deze opgave moet de leerling een veeltermongelijkheid opstellen bij een probleem. De leerling moet het gegeven dat $h = 3r$ combineren met de formule voor de inhoud van een kegel, die opgenomen is in het formularium. Ongeveer drie op vijf leerlingen (59%) duidt de goede ongelijkheid aan. Ongeveer een kwart van de leerlingen duidt een antwoordalternatief aan waarin het linkerlid onmogelijk een inhoud kan voorstellen, omwille van het kwadraat i.p.v. een derde macht bij de straal (antwoordalternatief A: 20%, antwoordalternatief C: 7%). De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 4

Nora heeft vandaag 180 euro op een spaarrekening staan. Ze krijgt 2 % intrest per jaar en jaarlijks wordt de intrest bijgeschreven op de rekening. Gedurende de volgende 10 jaar wordt er geen geld op de rekening gestort of afgehaald.

Hoeveel geld zal er 10 jaar later op de rekening van Nora staan? Rond af op 0,01 euro.

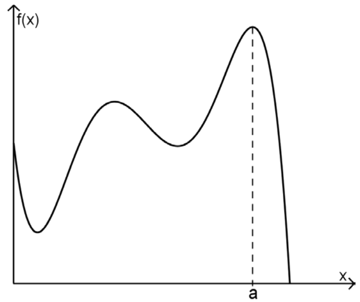
10 jaar later zal er .... euro op Nora's spaarrekening staan.

Correct (219,42 euro): 57%

De vierde voorbeeldopgave is een probleem in een financiële context. Leerlingen moeten in de eerste plaats inzien dat ze bij het oplossen een exponentiële functie kunnen gebruiken. Vervolgens moeten ze het voorschrift van deze functie opstellen en hiermee een functiewaarde berekenen. Deze opgave lost 57% van de leerlingen correct op. We verwachten dat de cesuurleerling deze opgave beheerst.

VOORBEELDOPGAVE 5

Je blaast een ballon op en laat die plots vliegen. De functie f met voorschrift $f(x) = -0{,}05x^5 + 0{,}69x^4 - 3{,}35x^3 + 6{,}7x^2 - 4{,}5x + 1{,}5$ beschrijft de hoogte van de ballon. Hierbij stelt x de horizontaal afgelegde afstand (in m) voor en $f(x)$ de hoogte van de ballon (in m).



In $x = a$ bereikt de functie f een maximum.

Van welke vergelijking is a een oplossing?

A $-0{,}05x^5 + 0{,}69x^4 - 3{,}35x^3 + 6{,}7x^2 - 4{,}5x + 1{,}5 = 0$

B $-0{,}05\frac{x^6}{6} + 0{,}69\frac{x^5}{5} - 3{,}35\frac{x^4}{4} + 6{,}7\frac{x^3}{3} - 4{,}5\frac{x^2}{2} + 1{,}5x = 0$

C $-0{,}25x^4 + 2{,}76x^3 - 10{,}05x^2 + 13{,}4x - 4{,}5 = 0$

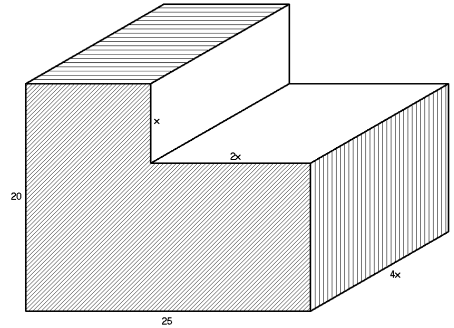
D $-0{,}25x^4 + 2{,}76x^3 - 10{,}05x^2 + 13{,}4x - 3 = 0$

A: 25%, B: 15%, **C: 49%**, D: 6%

In de vijfde voorbeeldopgave moet de leerling tonen dat hij weet dat extrema verband houden met nulpunten van de afgeleide functie. Ongeveer de helft van de leerlingen (49%) kiest het goede antwoordalternatief C en geeft dus aan dat a een nulpunt van de afgeleide functie moet zijn. Een kwart van de leerlingen (25%) kiest het antwoordalternatief A, dat stelt dat a een nulpunt van de functie zelf moet zijn. Deze opgave gaat verder dan wat we van de cesuurleerling verwachten.

VOORBEELDOPGAVE 6

Uit een balk wordt een kleinere balk weggesneden zodat een trapvormig lichaam ontstaat. Alle maten op de onderstaande figuur zijn uitgedrukt in cm.



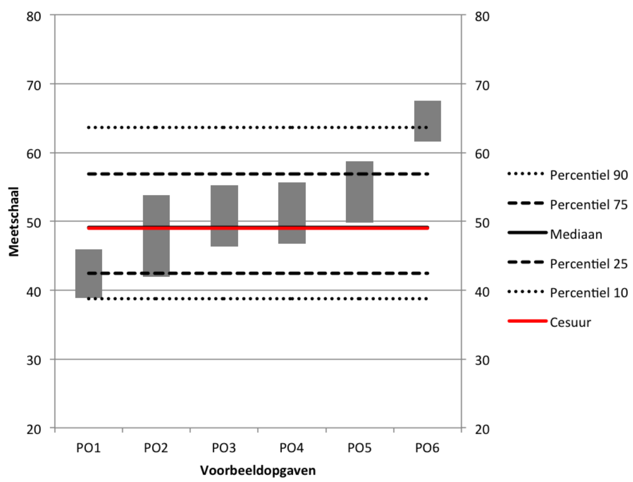
Bepaal de maximale inhoud (in cm³) van het afgebeelde lichaam. Rond af op 1 cm³.

De maximale inhoud van het lichaam bedraagt .... cm³.

Correct (12 172 cm³): 18%

Deze voorbeeldopgave is een extremumprobleem in een meetkundige context. De leerling moet het probleem volledig oplossen: zelf eerst een geschikte functie opstellen (een veeltermfunctie van de derde graad), bepalen in welke x-waarde de functie haar maximum bereikt en, tot slot, hiermee de maximale functiewaarde berekenen. Het correcte antwoord wordt door 18% van de leerlingen gevonden. Deze voorbeeldopgave gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen.

De prestaties van deze toets vatten we eveneens samen (Figuur 19) aan de hand van balkjes per voorbeeldopgave. De gemiddelde leerling behaalt een score van 50. Ook in deze figuur geeft de rode lijn de cesuurleerling weer.



Figuur 19 – Beheersingsniveau voorbeeldopgaven – problemen oplossen met functies en afgeleiden

Voor de **percentiel 10-leerling** zijn alle voorbeeldopgaven nog te moeilijk. De **percentiel 25-leerling** beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven. Deze leerling kan het onderscheid maken tussen lineaire en exponentiële groei en herkent het begrip afgeleide in een opgave over snelheid. De andere voorbeeldopgaven heeft deze leerling nog niet onder de knie. De **mediaanleerling** beheerst de eerste voorbeeldopgave goed en de volgende drie voldoende. Naast wat eerder al aan bod kwam, kan deze leerling bij een gegeven probleem een passende ongelijkheid opstellen. Verder kan hij een exponentiële functie opstellen en gebruiken om een waarde te berekenen. De **percentiel 75-leerling** beheerst de eerste vier voorbeeldopgaven goed en de vijfde voorbeeldopgave voldoende. Hij weet tevens dat extrema van een functie verband houden met nulpunten van de afgeleide functie. De **percentiel 90-leerling** toont een goede beheersing van de eerste vijf voorbeeldopgaven. Hij beheerst ook de laatste voorbeeldopgave voldoende en kan ook een extremumprobleem oplossen. Voor deze toets beheerst 51% de opgaven die onder de cesuur liggen.

Statistiek

Het gedeelte statistiek in de eindtermen voor de basisvorming aso heeft betrekking op de normale verdeling. Een eerste groep opgaven gaat over het gebruik van de normale verdeling als model bij data met een klokvormige frequentieverdeling (Eindterm 33). Leerlingen moeten kunnen aangeven of een normale verdeling een goede benadering vormt voor de verdeling van een dataset die via een histogram gegeven is. Verder moeten ze een gepaste normale verdeling kunnen vinden, gebruik makend van het gemiddelde en de standaardafwijking van de data. Er zijn ook opgaven die minder ver gaan en waarin de leerlingen alleen uitspraken over de verdeling van data met een klokvormige frequentieverdeling moeten interpreteren. In sommige opgaven wordt uitgegaan van een tabel, terwijl in andere vertrokken wordt van een grafiek.

In een volgende groep opgaven moeten leerlingen het gemiddelde en de standaardafwijking van een normale verdeling aflezen uit de grafiek of vergelijken op basis van twee grafieken (Eindterm 34). Verder moeten ze het verband leggen tussen een normale verdeling en de standaardnormale verdeling (Eindterm 35).

In de derde groep opgaven maken de leerlingen gebruik van het verband tussen de oppervlakte van een gebied 'onder' de grafiek van de normale verdeling enerzijds en de relatieve frequentie van een verzameling gegevens anderzijds (Eindterm 36). Een aantal opgaven kunnen leerlingen oplossen door de oppervlakte van een geschikt gebied 'onder' de grafiek van de normale verdeling te berekenen. In andere opgaven moeten ze het omgekeerde doen: een grens bepalen voor het gebied vanuit een gegeven waarde voor de oppervlakte of relatieve frequentie.

Leerlingen kregen een formularium en mochten gebruik maken van een grafische rekenmachine of computer. Leerlingen die in de klas voor de normale verdeling een tabel gebruikten i.p.v. ICT, kregen bovendien zo'n tabel.

VOORBEELDOPGAVE 1

Bij een zwemproef wordt de afstand gemeten die je in 20 minuten aflegt.
In de frequentietabel hieronder zie je de resultaten van een zwemproef bij leerlingen van het zesde jaar.

afgelegde afstand (in meter)	relatieve frequentie
[200 , 400[	0,03
[400 , 600[	0,11
[600 , 800[	0,29
[800 , 1 000[	0,35
[1 000 , 1 200[	0,16
[1 200 , 1 400[	0,06

Welke uitspraak is juist?

A 14 % van deze leerlingen legt in 20 minuten 600 meter af.

B 14 % van deze leerlingen legt in 20 minuten minder dan 400 meter af.

C 14 % van deze leerlingen legt in 20 minuten minder dan 600 meter af.

D 14 % van deze leerlingen legt in 20 minuten een afstand tussen 400 meter en 600 meter af.

A: 5%, B: 5%, **C: 80%**, D: 8%

In de eerste voorbeeldopgave krijgen leerlingen een tabel van een dataset met een klokvormige frequentieverdeling. Ze moeten frequenties uit deze tabel interpreteren. Vier op vijf leerlingen (80%) lost deze opgave goed op. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 2

De snelheden van auto's die op een bepaalde plaats op de autosnelweg passeren zijn normaal verdeeld met een gemiddelde van 111 km per uur en een standaardafwijking van 8 km per uur.

Op deze plaats geldt een maximale toegelaten snelheid van 120 km per uur.
Hoeveel procent van de bestuurders rijdt te snel?

A 13 %

B 37 %

C 63 %

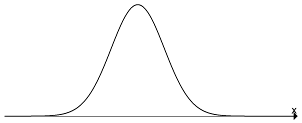
D 87 %

A: 70%, B: 18%, C: 3%, D: 7%

Zeven op tien leerlingen (70%) lossen de tweede voorbeeldopgave correct op. De leerling moet een relatieve frequentie bepalen met behulp van een oppervlakte 'onder' de grafiek van de normale verdeling. Hij kan hierbij gebruik maken van ICT of een statistische tabel. Het is echter ook mogelijk om de oppervlakte te schatten via een regel die op het formularium staat: het gebied tussen de twee buigpunten van de grafiek van de normale verdeling vertegenwoordigt 68% van de totale oppervlakte 'onder' deze grafiek. We verwachten dat de cesuurleerling deze opgave beheerst.

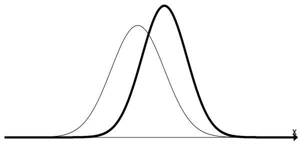
VOORBEELDOPGAVE 3

De onderstaande figuur toont een grafiek van een normale verdeling.

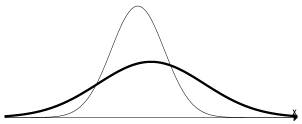


Als het gemiddelde kleiner wordt en de standaardafwijking groter wordt,
welke figuur verkrijg je dan?

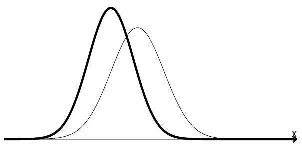
A



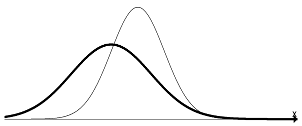
B



C



D



A: 3%, B: 29%, C: 7%, **D: 59%**

Deze opgave toetst of de leerling de grafische betekenis van gemiddelde en standaardafwijking van een normale verdeling begrijpt. Bijna drie vijfde van de leerlingen (59%) kiest het goede antwoordalternatief D. Een grote groep leerlingen (29%) kiest antwoordalternatief B, dat weliswaar in overeenstemming is met een grotere standaardafwijking, maar waarbij het gemiddelde groter i.p.v. kleiner wordt. We verwachten van de cesuurleerling dat hij deze opgave beheerst.

VOORBEELDOPGAVE 4

Een examen Engels staat op 30 punten.
De examenresultaten zijn normaal verdeeld.
Het gemiddelde is 18 en de standaardafwijking is 3.

Er hebben 800 studenten deelgenomen aan het examen.
Juist of fout?

a.	Marie haalt 21 op 30. Zij behoort tot de 200 beste studenten voor dit vak.	juist	fout
b.	Jens haalt 14 op 30. Hij behoort tot de 40 minst goede studenten voor dit vak.	juist	fout

Correct (a: juist, b: fout): 53%

Iets meer dan de helft van de leerlingen (53%) geeft bij deze opgave twee keer het correcte alternatief aan. Zoals in de tweede voorbeeldopgave moet de leerling gebruik maken van het verband tussen relatieve frequentie en oppervlakte 'onder' de grafiek van de normale verdeling. Nu moet echter de omgekeerde weg gevolgd worden: op basis van een gegeven relatieve frequentie wordt de grens van het gebied bepaald (bv. de ondergrens om bij de 25% beste studenten te horen in vraag a). De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 5

Jorgen heeft bij de examens de volgende resultaten op 100 behaald.

Per vak is het klasgemiddelde en de standaardafwijking gegeven.

Voor alle vakken zijn de resultaten normaal verdeeld.

vak	resultaat	klasgemiddelde	standaardafwijking
wiskunde	54	51	2,7
chemie	62	61	1,3
Nederlands	76	75	2,5
Frans	56	54	1,9

Juist of fout?

a. Jorgen doet het in vergelijking met zijn klasgenoten minder goed voor wiskunde dan voor Frans. juist fout

b. Jorgen scoort in vergelijking met zijn klasgenoten beter voor chemie dan voor Nederlands. juist fout

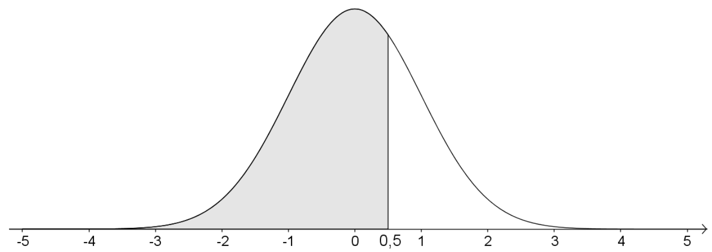
Correct (a: fout, b: juist): 49%

In deze opgave moet de leerling examenresultaten voor verschillende vakken vergelijken, waarbij het gemiddelde en de standaardafwijking van de hele klas in rekening gebracht wordt. De methode is gebaseerd op het vergelijken van oppervlaktes van gepaste gebieden 'onder' de grafiek van een normale verdeling. Bijna de helft van de leerlingen lost deze opgave correct op. Deze voorbeeldopgave gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen.

VOORBEELDOPGAVE 6

Hieronder zie je een grafiek van de normale verdeling met gemiddelde 0 en standaardafwijking 1.

Van de totale oppervlakte tussen de kromme en de horizontale as is 69 % ingekleurd.



Het gewicht (de massa) van kisten mandarijnen in een supermarkt is normaal verdeeld met een gemiddelde van 3 kg.

De uitbater van de supermarkt stelt vast dat 69 % van de kisten minder weegt dan 3 050 g.

Wat is de standaardafwijking van het gewicht van de kisten mandarijnen?
Rond af op 1 g.

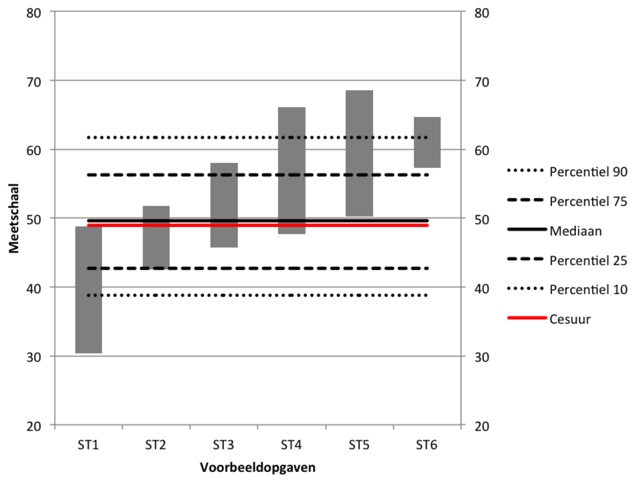
De standaardafwijking is .... g.

Correct (standaardafwijking is 100 g.): 27%

Deze opgave handelt over een normale verdeling waarvan de standaardafwijking niet gekend is. Om die standaardafwijking te vinden, moet de leerling meerdere stappen zetten en een aantal elementen combineren. Hij kan de grens waaronder 69% van de gegevens ligt, vinden door gebruik te maken van het verband tussen de standaardnormale verdeling en een willekeurige normale verdeling. Door die grens gelijk te stellen aan 3 050 g kan hij vervolgens de gevraagde standaardafwijking berekenen. Het correcte resultaat wordt gegeven door 27% van de leerlingen. Ook deze voorbeeldopgave gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen.

Wat kunnen leerlingen bij statistiek?

Net zoals voor de vorige toetsen vatten we de prestaties samen (Figuur 20) aan de hand van balkjes per voorbeeldopgave op een meetschaal waarbij de gemiddelde leerling een score van 50 behaalt. De rode lijn geeft opnieuw de prestaties van de cesuurleerling weer.



Figuur 20 – Beheersingsniveau voorbeeldopgaven – statistiek

De **percentiel 10-leerling** beheerst alleen de eerste voorbeeldopgave en kan frequenties uit een tabel correct interpreteren. De **percentiel 25-leerling** beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven, maar alle andere voorbeeldopgaven zijn nog te moeilijk. Deze leerling kan een relatieve frequentie bepalen door het verband te leggen met de oppervlakte van een gebied onder de grafiek van de normale verdeling. De **mediaanleerling** beheerst de eerste vier voorbeeldopgaven, maar de laatste twee nog niet. Deze leerling kan ook, omgekeerd, uit een relatieve frequentie de grens van een gebied onder de grafiek van de normale verdeling bepalen. Hij begrijpt tevens de grafische betekenis van gemiddelde en standaardafwijking van een normale verdeling. De **percentiel 75-leerling** beheerst de eerste vijf voorbeeldopgaven. Naast wat al aan bod gekomen is, kan deze leerling ook gegevens uit verschillende normale verdelingen vergelijken, rekening houdend met gemiddelde en standaardafwijking. De **percentiel 90-leerling** beheerst ook de laatste voorbeeldopgave. Deze leerling kan problemen i.v.m. de normale verdeling oplossen waarin verschillende elementen gecombineerd worden. Voor statistiek bereikt 52% van de leerlingen het niveau dat vastgelegd is in de cesuur.

5.2. VOORBEELDOPGAVEN ALGEMEEN SECUNDAIR ONDERWIJS - SPECIFIEKE EINDTERMEN

Algebra

De eerste toets over de specifieke eindtermen is gewijd aan algebra. Leerlingen mochten bij deze toets een formularium gebruiken. Voor een deel van de opgaven mochten ze gebruik maken van een grafische rekenmachine of computer, maar voor een ander deel van de opgaven mocht dat niet. We geven hieronder per groep van opgaven aan of leerlingen al dan niet gebruik mochten maken van ICT. Bij de voorbeeldopgaven geeft een icoon telkens aan wanneer het gebruik van ICT niet toegelaten was.

Een eerste groep opgaven heeft betrekking op twee thema's i.v.m. veeltermen (Specifieke eindterm 1). Enerzijds gaat het in deze opgaven over de deling van veeltermen: het uitvoeren van de deling, deelbaarheid, deling door $x - a$ en de reststelling. Andere opgaven uit deze groep handelen over het binomium van Newton: berekenen van een macht van een tweeterm en eigenschappen van binomiaalgetallen. Bij deze opgaven mochten de leerlingen geen ICT gebruiken.

Een tweede groep opgaven gaat over complexe getallen (Specifieke eindtermen 2 en 3). Onderwerpen die hier aan bod komen, zijn: bewerkingen met complexe getallen, complexe getallen meetkundig voorstellen, goniometrische vorm van een complex getal en oplossen van vierkantsvergelijkingen met reële of complexe coëfficiënten. Bij een deel van de opgaven mochten de leerlingen ICT gebruiken, maar niet bij allemaal. Het gebruik van matrices (migratiematrices, Lesliematrices en matrices in het algemeen) en stelsels van eerstegraadsvergelijkingen om problemen wiskundig te modelleren en op te lossen vormt het onderwerp van een volgende groep opgaven (Specifieke eindterm 4). Er zijn opgaven waarbij de leerling een gepaste matrix of stelsel moet opstellen, terwijl hij bij andere opgaven ook matrixbewerkingen moet uitvoeren of een stelsel moet oplossen en de uitkomst of oplossing vervolgens moet interpreteren. Ook hier mochten leerlingen bij sommige opgaven ICT gebruiken, maar bij andere niet.

De laatste groep opgaven handelt over vectoren (Specifieke eindterm 5). Bij deze opgaven mochten de leerlingen ICT gebruiken.

VOORBEELDOPGAVE 1

Wat is de goniometrische vorm van $\sqrt{12} + 2i$?

A 4 . (cos330° + i . sin330°)

B 16 . (cos330° + i . sin330°)

C 4 . (cos30° + i . sin30°)

D 16 . (cos30° + i . sin30°)

A: 6%, B: 3%, **C: 83%**, D: 5%

De eerste voorbeeldopgave gaat na of de leerling een complex getal kan omzetten in goniometrische vorm. Hij moet hiervoor argument en modulus kunnen bepalen. Meer dan vier op vijf leerlingen (83%) lossen deze opgave goed op. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 2

Belphony (B), Scarcom (S) en Vodanet (V) zijn 3 internetproviders.

Marktonderzoek toont aan dat klanten jaarlijks op de volgende manier van internetprovider veranderen:

- Belphony verliest 4 % procent van zijn klanten aan Scarcom en 6 % van zijn klanten aan Vodanet;
- Scarcom verliest 3 % van zijn klanten aan Belphony en 8 % aan Vodanet;
- Vodanet verliest 5 % van zijn klanten aan Belphony en 4 % aan Scarcom;
- de overige klanten blijven hun provider trouw.

Vul met deze gegevens de onderstaande matrix aan.

$$\begin{array}{ll} & \text{van} \\ & \begin{array}{ccc} B & S & V \end{array} \\ \text{naar} \begin{array}{c} B \\ S \\ V \end{array} & \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \end{array}$$

Correct (eerste kolom: 0,90, 0,04, 0,06; tweede kolom: 0,03, 0,89, 0,08; derde kolom: 0,05, 0,04, 0,91): 66%

Twee derde van de leerlingen (66%) lost deze opgave correct op. Deze voorbeeldopgave toetst of de leerling een situatie wiskundig kan modelleren met behulp van een overgangsmatrix. Meer in het bijzonder moet de leerling hier een migratiematrix opstellen op basis van de informatie die in de opgave gegeven wordt. De leerlingen mochten bij deze opgave geen ICT gebruiken. We verwachten van de cesuurleerling dat hij deze opgave beheerst.

VOORBEELDOPGAVE 3

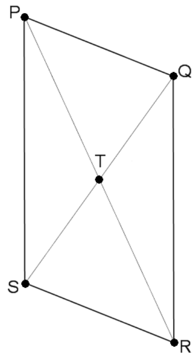
Bepaal het quotiënt en de rest bij deling van $x^4 + x^3 + 2x + 5$ door $x^2 - 1$.

quotiënt = ... rest = ...

Correct (quotiënt: $x^2 + x + 1$, rest: $3x + 6$): 53%

In deze voorbeeldopgave wordt nagegaan of de leerling een veelterm kan delen door een veelterm met graad groter dan 1. Iets meer dan de helft van de leerlingen (53%) vindt het correcte resultaat. Gebruik van ICT was niet toegelaten. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 4



In het parallellogram *PQRS* is $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{TS}$ gelijk aan ...

A $\overrightarrow{PS}$

B $\overrightarrow{TP}$

C $\overrightarrow{TR}$

D $\overrightarrow{QS}$

A: 24%, B: 24%, **C: 41%**, D: 9%

Deze voorbeeldopgave toetst of de leerling het concept vector kan toepassen. Om het goede antwoord te vinden, moet de leerling vectoren kunnen optellen en een geschikte representant voor een vector kunnen kiezen (voor de tweede term van de optelling en voor het resultaat). Twee vijfde van de leerlingen (41%) lost deze opgave correct op. Deze opgave gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen.

VOORBEELDOPGAVE 5

Los de volgende vergelijking op in $\mathbb{C}$: $-z^2 + 4z - 13 = 0$.

Schrijf de oplossingen in de vorm $a + bi$.

De oplossingen zijn ....

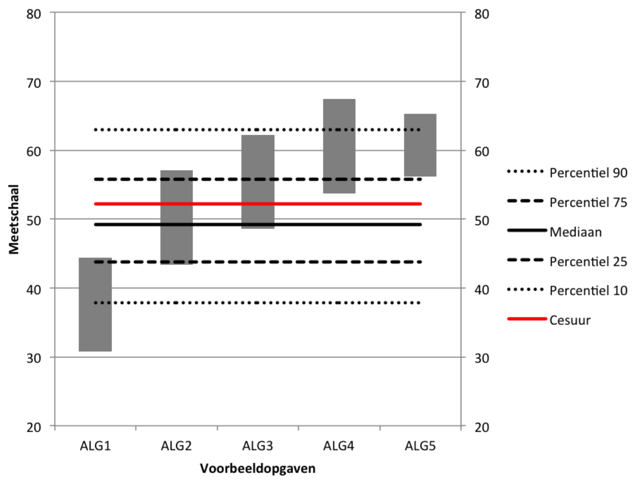
Correct ($2 + 3i$ en $2 - 3i$): 31%

In deze voorbeeldopgave moeten de leerlingen de complexe oplossingen berekenen van een vierkantsvergelijking met reële coëfficiënten. ICT was bij deze opgave niet toegelaten. Iets minder dan één derde van de leerlingen (31%) lost deze opgave correct op.

Wat kunnen leerlingen bij algebra?

De prestaties van de leerlingen op de voorbeeldopgaven voor algebra vatten we, net zoals voor de toetsen van de basisvorming, samen in een figuur (Figuur 21). Elk balkje in die figuur stelt een voorbeeldopgave voor die op een meetschaal geplaatst wordt waarop de gemiddelde leerling een score van 50 behaalt. De onderkant van het balkje geeft het punt op de meetschaal aan waarop een leerling de opgave voldoende beheerst. De bovenkant van het balkje geeft het punt aan waarboven een leerling een goede beheersing van de opgave heeft.

Op de figuur geven lijnen opnieuw de prestaties van de percentielleerlingen en de cesuurleerling weer. Wanneer de lijn van een leerling onder het balkje van de voorbeeldopgave ligt, beheerst de leerling de opgave nog niet. Doorkruist de lijn het balkje van de opgave, dan heeft de leerling een voldoende beheersing van de opgave. Ligt de lijn boven het balkje, dan heeft die leerling een goede beheersing van de opgave.



Figuur 21 – Beheersingsniveau voorbeeldopgaven specifieke eindtermen – algebra

De **percentiel 10-leerling** beheerst de eerste voorbeeldopgave. Deze leerling kan een complex getal omzetten in goniometrische vorm. De andere voorbeeldopgaven lukken nog niet. De **percentiel 25-leerling** heeft een voldoende beheersing van de eerste twee voorbeeldopgaven. Hij kan tevens een migratiematrix opstellen om een probleem te modelleren. De **mediaanleerling** toont een goede beheersing van de eerste voorbeeldopgave en hij beheerst de tweede en derde voorbeeldopgave in voldoende mate. Naast wat hierboven al aan bod kwam, kan deze leerling ook veeltermen delen. De **percentiel 75-leerling** beheerst ook de vierde voorbeeldopgave voldoende. Hij heeft berekeningen met vectoren onder de knie. De **percentiel 90-leerling** beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven goed en heeft een voldoende beheersing van de overige twee voorbeeldopgaven. Hij kan ook complexe oplossingen van vierkantsvergelijkingen met reële coëfficiënten berekenen. In totaal beheerst bij deze peiling 39% van de leerlingen de opgaven onder de cesuur voor deze toets.

Analyse

Voor het onderwerp analyse zijn er zowel eindtermen in de basisvorming (die van toepassing zijn voor alle aso-leerlingen) als specifieke eindtermen (die enkel betrekking hebben op wat leerlingen uit een studierichting met pool wiskunde supplementair moeten kennen en kunnen). Het is op dat laatste, de bijkomende aspecten van analyse voor studierichtingen met pool wiskunde, dat deze toets betrekking heeft.

Leerlingen mochten bij deze toets een formularium gebruiken. Voor een deel van de opgaven mochten ze gebruik maken van een grafische rekenmachine of computer, maar voor een ander deel van de opgaven mocht dat niet. We geven hieronder per groep van opgaven aan of leerlingen al dan niet gebruik mochten maken van ICT. Bij de voorbeeldopgaven geeft een icoon telkens aan wanneer het gebruik van ICT niet toegelaten was.

Een eerst groep opgaven in deze toets handelt over eerste en tweede afgeleide van functies en hun toepassing bij het bestuderen van het verloop van functies (Specifieke eindtermen 6 en 8). Er wordt hier gewerkt met een veel breder palet van functies dan bij de basisvorming. Nu komen ook rationale, irrationale, goniometrische, exponentiële en logaritmische functies voor. In vergelijking met de basisvorming komen ook meer aspecten van het functieverloop aan bod (zoals buigpunten en schuine asymptoten). Bij opgaven over het berekenen van afgeleiden mochten de leerlingen geen ICT gebruiken. Bij opgaven over het verloop van functies mochten ze wel gebruik maken van ICT.

Een volgende groep van opgaven toetst of leerlingen bepaalde en onbepaalde integralen kunnen berekenen (Specifieke eindterm 9). Volgende integratiemethodes komen aan bod: splitsen van integralen, substitutiemethode en partiële integratie. Bij deze opgaven mochten de leerlingen geen ICT gebruiken.

Een volgende thema in deze toets zijn problemen die leerlingen met behulp van hun kennis van analyse kunnen oplossen (Specifieke eindterm 10). Concreet gaat het over problemen die met integralen opgelost kunnen worden en over extremumproblemen waarin rationale of irrationale functies voorkomen (tegenover extremumproblemen met veeltermfuncties in de toetsen over analyse in de basisvorming). Bij deze opgaven mochten de leerlingen gebruik maken van ICT.

Tot slot zijn er opgaven die gericht nagaan of de leerlingen op een verantwoorde manier gebruik kunnen maken van manuele rekentechnieken, rekenregels en formules (Specifieke eindterm 11). In dat kader zijn er opgaven waarbij de leerlingen een vergelijking of ongelijkheid moeten oplossen en opgaven over rekenregels van logaritmen. Bij deze opgaven mochten de leerlingen geen ICT gebruiken.

VOORBEELDOPGAVE 1

De functie f heeft als voorschrift $f(x) = \dfrac{7x - 4}{-x + 5}$.

Het voorschrift van de **afgeleide** functie f' is $f'(x) = \ldots$

A $\quad \dfrac{31}{(-x + 5)^2}$

B $\quad \dfrac{-31}{(-x + 5)^2}$

C $\quad \dfrac{-14x + 39}{(-x + 5)^2}$

D $\quad \dfrac{14x - 39}{(-x + 5)^2}$

A: 86%, B: 6%, C: 6%, D: 2%

In de eerste voorbeeldopgave moet de leerling de afgeleide functie van een homografische functie berekenen. Hij moet daarvoor de rekenregel voor de afgeleide van een quotiënt toepassen en het resultaat nadien vereenvoudigen. Bij deze opgave mochten de leerlingen geen ICT gebruiken. Het goede antwoordalternatief wordt door 86% van de leerlingen aangeduid. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

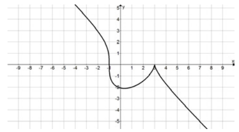
VOORBEELDOPGAVE 2

Hieronder zie je de tekentabel van de **afgeleide** functie van een irrationale functie f.

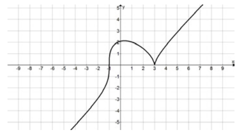
x	$-\infty$		-1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		+	|	−	0	+	|	+	

Welk van de onderstaande grafieken hoort bij de functie f?

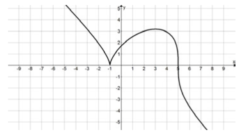
A



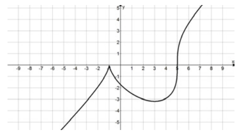
B



C



D



A: 7%, B: 11%, C: 7%, **D: 75%**

Om de tweede voorbeeldopgave goed op te lossen, moet de leerling de grafiek kiezen die overeenkomt met het gegeven tekenschema. Hij kan zich daarvoor baseren op de tekens in het tekenschema, die overeen moeten komen met het stijgend of dalend karakter van de functie in de grafiek. Ook de informatie in het tekenschema over de afgeleide in 3 (waar de afgeleide gelijk is aan 0) en in –1 en 5 (waar de afgeleide niet bepaald is) kan gebruikt worden. Drie kwart van de leerlingen (75%) kiest in deze voorbeeldopgave het correcte antwoordalternatief D. We verwachten van de cesuurleerling dat hij deze opgave beheerst.

VOORBEELDOPGAVE 3

Juist of fout?

a. $\dfrac{\log 12}{\log 5} = \log 7$ — juist / fout

b. $\log 12 \cdot \log 5 = \log 60$ — juist / fout

Correct (a: fout, b: fout): 56%

Deze voorbeeldopgave toetst of leerlingen rekenregels voor logaritmen correct kunnen toepassen. Bij deze opgave mocht geen ICT gebruikt worden. Iets meer dan de helft van de leerlingen (56%) duidt in beide deelvragen het juiste antwoordalternatief aan. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 4

$$\int \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}\, dx = \ldots$$

A $\dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{\cos^3 x}{\sin^3 x} + c$

B $-\dfrac{\cos x}{\sin x} - x + c$

C $\dfrac{1}{4} \cdot \sin 2x - \dfrac{1}{2} x + c$

D $-2 \cdot \dfrac{\cos x}{\sin^3 x} + c$

A: 10%, **B: 47%**, C: 20%, D: 18%

Iets minder dan de helft van de leerlingen (47%) duidt in de vierde voorbeeldopgave het correcte antwoordalternatief aan. Toepassing van de grondformule van de goniometrie op de teller leidt tot een integraal die via splitsing op te lossen is. Bijna één vijfde van de leerlingen (18%) duidt antwoordalternatief D aan, dat de afgeleide (plus een constante) geeft. Antwoordalternatief A, dat het resultaat geeft van een foute toepassing van de substitutietechniek, wordt door 10% van de leerlingen gekozen. Bij deze opgave mochten de leerlingen geen ICT gebruiken. We verwachten van de cesuurleerling dat hij deze opgave beheerst.

VOORBEELDOPGAVE 5

Een conservenfabrikant verpakt erwten en wortelen in cilindervormige blikken van 0,5 liter.

Voor welke straal is de oppervlakte van het verpakkingsmateriaal minimaal?
Rond af op 0,01 dm.

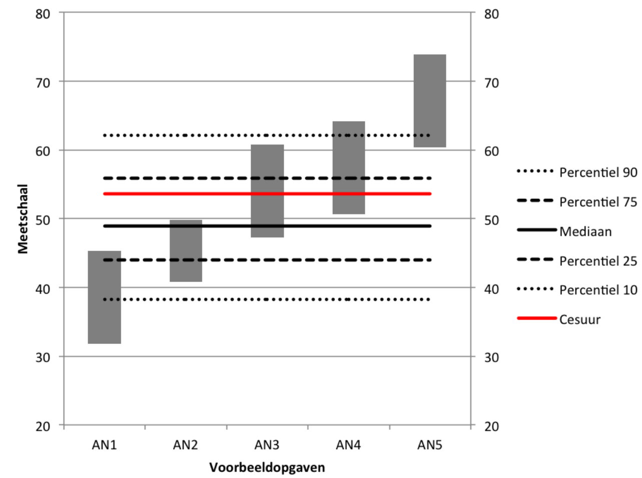
De oppervlakte van het verpakkingsmateriaal is minimaal voor een straal van .... dm.

Correct (voor een straal van 0,43 dm): 28%

Deze voorbeeldopgave is een extremumvraagstuk. De te minimaliseren functie is een rationale functie. Deze voorbeeldopgave wordt door 28% van de leerlingen correct opgelost. Deze opgave gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen.

Wat kunnen leerlingen bij analyse?

De prestaties van de leerlingen vatten we op dezelfde manier als voor algebra samen (Figuur 22) met een balkje voor elke voorbeeldopgave. Net zoals bij de vorige toetsen geeft de rode lijn aan waar op de meetschaal de cesuurleerling gesitueerd is.



Figuur 22 – Beheersingsniveau voorbeeldopgaven specifieke eindtermen – analyse

De **percentiel 10-leerling** beheerst de eerste voorbeeldopgave voldoende. Hij kan de afgeleide van een homografische functie correct berekenen. De andere voorbeeldopgaven lukken nog niet. De **percentiel 25-leerling** kan ook een grafiek koppelen aan een tekenschema (tweede voorbeeldopgave). De **mediaanleerling** beheerst ook de derde voorbeeldopgave, waarin rekenregels van logaritmen toegepast moeten worden. De **percentiel 75-leerling** toont een goede beheersing van de eerste twee voorbeeldopgaven en beheerst de derde en vierde voorbeeldopgave in voldoende mate. Deze leerling kan ook een onbepaalde integraal berekenen via splitsing. De **percentiel 90-leerling** beheerst alle voorbeeldopgaven en slaagt er dus ook in om extremumvraagstukken op te lossen. Voor analyse beheerst een derde van de leerlingen (33%) de opgaven onder de grens van de cesuur.

Ruimtemeetkunde

De grootste groep van opgaven in de toets over ruimtemeetkunde heeft betrekking op het gebruik van vergelijkingen om rechten en vlakken voor te stellen en hun onderlinge ligging te bepalen (Specifieke eindterm 13). Er zijn opgaven waarin vergelijkingen opgesteld moeten worden. In andere opgaven moeten leerlingen gegeven vergelijkingen gebruiken om na te gaan of een punt op een gegeven rechte of vlak ligt. In nog andere opgaven moeten leerlingen de onderlinge stand (inclusief loodrechte stand) van twee rechten, twee vlakken of een rechte en een vlak bepalen. Zowel cartesische vergelijkingen als parametervergelijkingen komen aan bod.

In een tweede groep van opgaven moeten leerlingen de afstand tussen punten, rechten en vlakken berekenen (Specifieke eindterm 14).

Een laatste groep opgaven zijn problemen die door middel van ruimtemeetkunde opgelost kunnen worden (Specifieke eindterm 15). Er zijn opgaven over het berekenen van lengten, oppervlakten en inhouden uit een figuur. In andere opgaven moeten leerlingen een hoek tussen rechten of vlakken bepalen.

Leerlingen kregen een formularium. Bij deze toets mochten ze voor alle opgaven gebruik maken van ICT.

VOORBEELDOPGAVE 1

Welk van de onderstaande stelsels is een stelsel parametervergelijkingen van het vlak α door het punt $P(-2, 1, 5)$ en met $\vec{a}\,(1, -2, 0)$ en $\vec{b}\,(0{,}3, -1)$ als richtingsvectoren?

A $\begin{cases} x = -2 + r \\ y = 1 - 2r + 3s \\ z = 5 - s \end{cases}$ met r en s willekeurige reële getallen

B $\begin{cases} x = 1 - 2r \\ y = -2 + r + 3s \\ z = 5r - s \end{cases}$ met r en s willekeurige reële getallen

C $\begin{cases} x = 1 - r \\ y = -2 + 5r \\ z = -r \end{cases}$ met r een willekeurig reëel getal

D $\begin{cases} x = -2 - s \\ y = 1 + 5s \\ z = 5 - s \end{cases}$ met s een willekeurig reëel getal

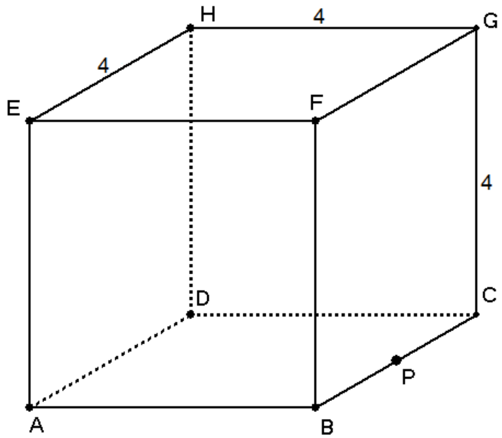
A: 95%, B: 2%, C: 1%, D: 2%

In de eerste voorbeeldopgave wordt nagegaan of de leerling een stelsel parametervergelijkingen van een vlak kan opstellen wanneer een punt van het vlak en twee lineair onafhankelijke richtingsvectoren gegeven zijn. Bijna alle leerlingen (95%) lossen deze opgave goed op. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 2

Hieronder is een kubus met ribbe 4 getekend.

P is het midden van de ribbe [*BC*].



Wat is de afstand van het punt *P* tot de ribbe [*EH*]?

De afstand van het punt *P* tot de ribbe [*EH*] is ....

Correct (afstand is $4\sqrt{2}$): 84%

In deze voorbeeldopgave moeten leerlingen de afstand van een punt tot een rechte berekenen. Dat kan door het gegeven ruimtelijke probleem te herleiden tot een vlak probleem, namelijk een berekening in het loodvlak op de gegeven ribbe *[EH]* en door het gegeven punt *P*. Het volstaat dan om een gepaste rechthoekige driehoek te bepalen en de stelling van Pythagoras te gebruiken. Vijf op zes leerlingen (84%) vindt het goede antwoord. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 3

Gegeven de rechte $m \leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + 3r \\ y = 3 + 2r \\ z = 2 + r \end{cases}$ met *r* een willekeurig reëel getal.

Liggen de onderstaande punten op de rechte *m*?

a.	*P*(1, 1, 3)	ja	nee
b.	*Q*(−2, −1, 0)	ja	nee

Correct (a: nee, b: ja): 76%

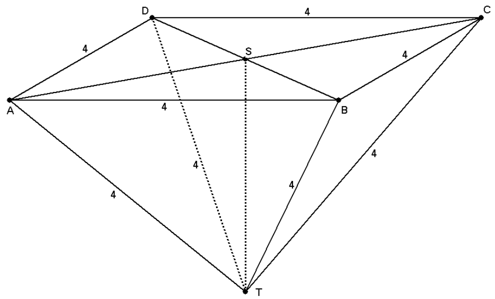
Drie kwart van de leerlingen (76%) lost de derde voorbeeldopgave correct op. Deze opgave toetst of leerlingen parametervergelijkingen kunnen gebruiken. Ze moeten nagaan of een gegeven punt op een rechte met gegeven parametervergelijking ligt. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 4

Een kunstenaar maakt in glas een omgekeerde piramide die hij op een paal plaatst. Hij wil de piramide vullen met gekleurd zand.

In de figuur hieronder zie je een ontwerp van het kunstwerk: een omgekeerde piramide met top *T* en met het vierkant *ABCD* als grondvlak.

Alle ribben van de piramide zijn 4 meter lang.



Hoeveel m³ zand is er nodig om deze piramide volledig te vullen?

A $\frac{128}{3}$ m³

B $16\sqrt{2}$ m³

C $\frac{32\sqrt{3}}{3}$ m³

D $\frac{32\sqrt{2}}{3}$ m³

A: 7%, B: 9%, C: 21%, **D: 62%**

In deze voorbeeldopgave moet de leerling de inhoud van een piramide berekenen op basis van een figuur waarin de lengten van de zijden van de piramide gegeven zijn. Hij moet hierbij eerst de hoogte van de piramide bepalen via de stelling van Pythagoras. Drie vijfde van de leerlingen (62%) lost deze opgave correct op. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 5

Gegeven de rechte $a \leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + r \\ y = 8 - 3r \\ z = -2 + 4r \end{cases}$ en het vlak $\alpha \leftrightarrow 5x + 3y - 4z + 3 = 0$

Bepaal de coördinaatgetallen van het **snijpunt** *S* van de rechte *a* met het vlak α.

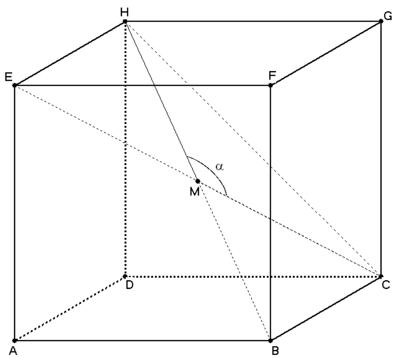
De coördinaatgetallen van S zijn (…, …, …).

Correct (coördinaatgetallen van *s* zijn (3,2,6)): 50%

Precies de helft van de leerlingen (50%) lost deze opgave correct op. De leerling moet het snijpunt van een rechte en een vlak berekenen, waarbij de rechte gegeven is door een parametervergelijking en het vlak door een cartesische vergelijking. Deze opgave gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen.

VOORBEELDOPGAVE 6

Hieronder zie je een kubus met ribbe 1.



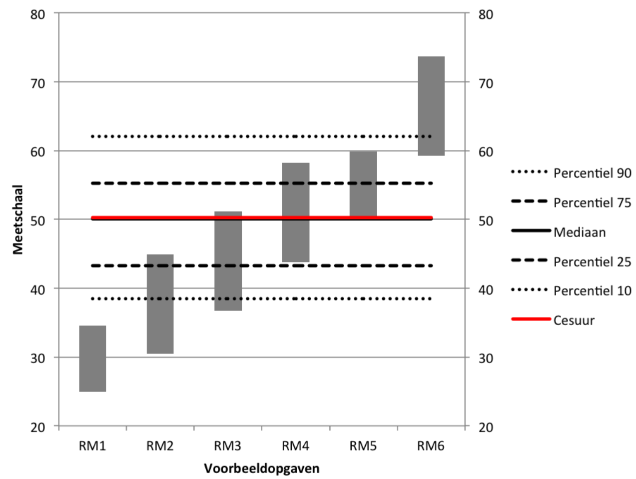
Juist of fout?

a.	De driehoek *HBC* is rechthoekig in *C*.	juist	fout
b.	$\cos\alpha = -\frac{1}{3}$	juist	fout

Correct (a: juist, b: juist): 31%

Deze voorbeeldopgave toetst of leerlingen de hoek tussen twee rechten kunnen bepalen. In deelopgave a kunnen leerlingen redeneren in termen van loodrechte stand van rechten en vlakken omdat de vraag over een rechte hoek gaat. Voor deelopgave b daarentegen zijn berekeningen nodig. Deze opgave gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen.

De prestaties van de leerlingen vatten we opnieuw samen aan de hand van een balkje voor elke voorbeeldopgave (Figuur 23). Net zoals bij de vorige toetsen geeft de rode lijn aan waar op de meetschaal de cesuurleerling gesitueerd is.



Figuur 23 – Beheersingsniveau voorbeeldopgaven specifieke eindtermen – ruimtemeetkunde

De **percentiel 10-leerling** en de **percentiel 25-leerling** beheersen de eerste voorbeeldopgave goed en de tweede en derde voorbeeldopgave voldoende. Deze leerlingen kunnen parametervergelijkingen opstellen. Ze kunnen de parametervergelijking van een rechte ook gebruiken om na te gaan of een punt op de rechte ligt. Verder kunnen ze afstanden berekenen in een ruimtelijk probleem dat te herleiden is tot een vlak probleem. De andere drie voorbeeldopgaven lukken nog niet. De **mediaanleerling** beheerst ook de vierde voorbeeldopgave en kan dus ook de inhoud bepalen van een piramide waarvan de zijden gegeven zijn. De **percentiel 75-leerling** toont een goede beheersing van de eerste drie voorbeeldopgaven en beheerst de vierde en vijfde voorbeeldopgave voldoende. Bovenop wat de mediaanleerling kan, kan deze leerling ook snijpunten van rechten en vlakken bepalen via parametervergelijkingen en cartesische vergelijkingen. De **percentiel 90-leerling** beheerst alle voorbeeldopgaven en slaagt er ook in de hoek tussen rechten bepalen. Bijna de helft van de leerlingen (48%) beheerst de opgaven onder de cesuur.

Statistiek, kansrekening en discrete wiskunde

Een eerste groep vragen in deze toets gaat over discrete wiskunde (Specifieke eindterm 18). Deze vragen gaan meer bepaald over telproblemen, het eerste onderwerp dat in de eindterm genoemd wordt. Enerzijds zijn er in dat kader vragen over het toepassen van algemene telprincipes en het gebruik van een oordeelkundig gekozen visuele voorstelling, zoals een boomdiagram of een Venn-diagram. Anderzijds zijn er vragen die op te lossen zijn met (herhalings)variaties, (herhalings)permutaties en combinaties.

Een tweede groep vragen handelt over de wetten van de kansrekening en over (on)afhankelijkheid van gebeurtenissen (Specifieke eindterm 16). Hier komen de regel van Laplace, de somregel, complementregel en productregel aan bod. Verder zijn er opgaven waarin de wet van de totale kans of de regel van Bayes toegepast moet worden. Tot slot zijn er opgaven over kansverdeling en verwachtingswaarde bij discrete kansverdelingen.

In een derde groep opgaven staan twee kansverdelingen centraal, namelijk de binomiale verdeling en de normale verdeling (Specifieke eindterm 17). Over de normale verdeling zijn er ook eindtermen in de basisvorming. Die zijn van toepassing voor alle leerlingen uit aso en vormen het voorwerp van een andere toets. De invalshoek is anders: nu komt de normale verdeling aan bod als een kansverdeling, terwijl ze in de toets uit de basisvorming fungeerde als een wiskundig model dat een goede benadering vormt voor klokvormige histogrammen.

Leerlingen mochten gebruik maken van een grafische rekenmachine of computer en kregen een formularium. Leerlingen die in de klas voor de normale verdeling een tabel gebruikten i.p.v. ICT, kregen bovendien zo'n tabel.

VOORBEELDOPGAVE 1

Een vakantiepark aan zee bestaat uit 250 appartementen.
Sommige appartementen hebben zicht op zee.
Er zijn appartementen met 1 slaapkamer en appartementen met 2 slaapkamers.

	1 slaapkamer	2 slaapkamers
zicht op zee	60	90
geen zicht op zee	30	70

Welke kans wordt uitgedrukt door de breuk $\frac{60}{150}$?

A De kans dat een appartement zicht op zee heeft.

B De kans dat een appartement zicht op zee en 1 slaapkamer heeft.

C De kans dat een appartement met zicht op zee 1 slaapkamer heeft.

D De kans dat een appartement met 1 slaapkamer zicht op zee heeft.

A: 4%, B: 16%, **C: 74%**, D: 6%

In de eerste voorbeeldopgave moet de leerling informatie uit een kruistabel correct interpreteren in termen van kansen. Drie kwart van de leerlingen (74%) kiest het goede antwoordalternatief C, dat een voorwaardelijke kans geeft: de kans dat een appartement 1 slaapkamer heeft, gegeven dat het appartement zicht op zee heeft. Eén op zes leerlingen (16%) kiest het foute antwoordalternatief B, dat overeenkomt met de kans op de doorsnede van de twee gebeurtenissen (met kans). We verwachten dat de cesuurleerling deze opgave beheerst.

VOORBEELDOPGAVE 2

In een mannenblad staat een zelftest van 10 vragen met telkens 3 antwoordmogelijkheden.

Op hoeveel verschillende manieren kan de test ingevuld worden als op elke vraag juist één antwoord moet worden gegeven?

A	30
B	120
C	1 000
D	59 049

A: 7%, B: 12%, C: 11%, **D: 69%**

Deze voorbeeldopgave is een telprobleem dat met herhalingsvariaties op te lossen is. Het wordt correct opgelost door 69% van de leerlingen. We verwachten van de cesuurleerling dat hij deze opgave beheerst.

VOORBEELDOPGAVE 3

Het gewicht (de massa) van chocoladerepen van een bepaald merk is normaal verdeeld met een gemiddelde van 38 gram en een standaardafwijking van 2,25 gram.
Wat is de kans dat zo'n chocoladereep meer dan 40 gram weegt? Rond af op 0,001.

De kans dat een chocoladereep meer dan 40 gram weegt is ....

Correct (de kans is 0,187): 60%

In deze voorbeeldopgave moet een kans berekend worden met de normale verdeling waarvan het gemiddelde en de standaardafwijking in de opgave gegeven zijn. Drie vijfde van de leerlingen (60%) lost deze opgave correct op. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 4

In een casino wordt bij een bepaald spel telkens een getal uit de verzameling {0, 1, 2, ..., 999} geloot.

Gokkers kiezen een getal en betalen 1 euro om mee te doen.

Als een gokker het winnende getal gekozen heeft, keert het casino hem 500 euro uit.

Hoeveel verlies (in euro) maakt een gokker gemiddeld per spel? Rond af op 0,01.

Een gokker maakt gemiddeld .... euro verlies per spel.

Correct (gemiddeld 0,50 euro verlies per spel): 46%

Deze voorbeeldopgave toetst of de leerling het begrip verwachtingswaarde van een discrete toevalsveranderlijke kan toepassen. De leerling moet de goede toevalsveranderlijke kiezen, de kansverdeling ervan bepalen en tot slot de verwachtingswaarde berekenen. Deze opgave lost 46% van de leerlingen correct op. We verwachten van de cesuurleerling dat hij deze opgave beheerst.

VOORBEELDOPGAVE 5

1 op 10 000 mensen lijdt aan een bepaalde zeldzame ziekte.
In een laboratorium werd een test ontwikkeld met de volgende kenmerken:

- 99 % van de personen die aan de ziekte lijden, reageert positief op de test (de test geeft dus correct aan dat ze de ziekte hebben);
- 99 % van de personen die niet aan de ziekte lijden, reageert negatief op de test (de test geeft dus correct aan dat ze de ziekte niet hebben).

Emma laat zich testen en reageert positief op de test.

Hoe groot is de kans dat ze echt aan de zeldzame ziekte lijdt?

A groter dan 90 %

B tussen 10 % en 90 %

C tussen 1 % en 10 %

D kleiner dan 1 %

A: 51%, B: 4%, C: 9%, **D: 35%**

Deze voorbeeldopgave wordt opgelost via de regel van Bayes in formulevorm of via een boomdiagram. In deze opgave is er een groter aantal leerlingen dat voor één van de foutieve antwoordalternatieven kiest (alternatief A, 51%) dan voor het correcte (alternatief D, 35%). Deze opgave gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen.

VOORBEELDOPGAVE 6

Je gooit 4 keer met een vervalst muntstuk waarbij de kans op munt gelijk is aan 0,6.

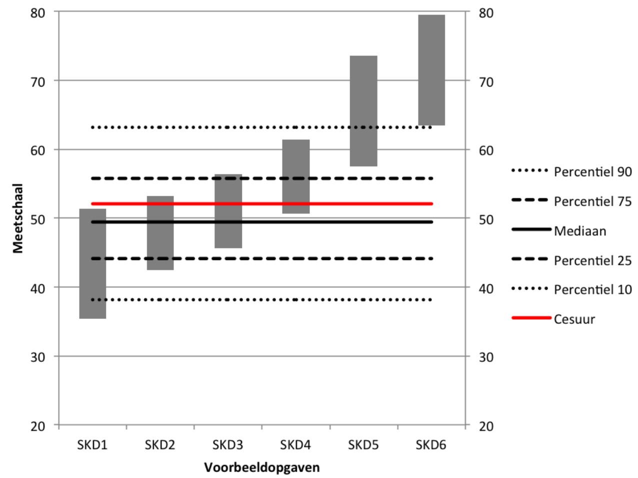
Juist of fout?

a.	De kans op 3 keer munt is gelijk aan de kans op 2 keer munt.	juist	fout
b.	De kans op 1 keer munt is 0,0384.	juist	fout

Correct (a: juist, b: fout): 25%

Deze voorbeeldopgave gaat na of de leerling een probleem kan oplossen door kansen te berekenen met de binomiale kansverdeling. Een kwart van de leerlingen (25%) geeft bij beide deelvragen het juiste antwoord. Ook deze opgave gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten.

Net zoals voor de vorige toetsen vatten we de prestaties samen (Figuur 24) aan de hand van balkjes per voorbeeldopgave. De gemiddelde leerling behaalt een score van 50 op de meetschaal. De rode lijn geeft opnieuw de prestaties van de cesuurleerling weer.



Figuur 24 – Beheersingsniveau voorbeeldopgaven specifieke eindtermen – statistiek, kansrekening en discrete wiskunde

De **percentiel 10-leerling** beheerst de eerste voorbeeldopgave voldoende. Deze leerling kan informatie uit een kruistabel correct interpreteren in termen van kansen. De **percentiel 25-leerling** beheerst ook de tweede voorbeeldopgave voldoende en kan een telprobleem met herhalingsvariaties oplossen. De **mediaanleerling** beheerst tevens de derde voorbeeldopgave. Hij kan kansen berekenen met de normale verdeling. De **percentiel 75-leerling** beheerst daarenboven ook de vierde voorbeeldopgave. Dit is een probleem waarin de leerling de verwachtingswaarde van een discrete verdeling moet berekenen. De **percentiel 90-leerling** heeft een goede beheersing van de eerste vier voorbeeldopgaven en beheerst de vijfde voorbeeldopgave voldoende. Hij kan de regel van Bayes gebruiken om een probleem op te lossen. Hij beheerst het bepalen van kansen met de binomiale verdeling in de laatste voorbeeldopgave nog (net) niet. Voor deze toets beheerst 38% van de leerlingen de opgaven die onder de grens van de cesuur liggen.

5.3. VOORBEELDOPGAVEN KUNST- EN TECHNISCH SECUNDAIR ONDERWIJS

Functies met tabellen en grafieken

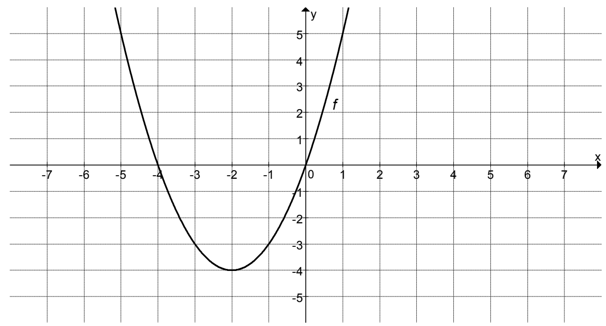
De toetsopgaven voor 'functies met tabellen en grafieken' handelen over drie eindtermen waarin het gebruik van tabellen en grafieken van functies centraal staat. Een eerste groep opgaven betreft het lezen en interpreteren van grafieken (Eindterm 10). In eenvoudige opgaven moet een functiewaarde of argument afgelezen worden. Andere zaken die aan bod komen, zijn: grafisch vaststellen van periodiciteit of stijgen en dalen, verband tussen grafiek en tekentabel, of het aflezen van bijzondere waarden zoals extreme waarden of nulwaarden.

Een tweede eindterm gaat over het kunnen tekenen van grafieken van eenvoudige functies, eventueel met behulp van ICT (Eindterm 11). Bij opgaven over deze eindterm werden de leerlingen er expliciet op gewezen dat het tekenen van een grafiek met de grafische rekenmachine of computer kon helpen bij het vinden van de oplossing. Het betreft eerste- en tweedegraadsfuncties, exponentiële functies en eenvoudige rationale functies.

Tot slot zijn er opgaven over het gebruik van het differentiequotiënt om de gemiddelde verandering van een functie over een interval te beschrijven (Eindterm 12). De meeste opgaven zijn directe toepassingsvragen. Enkele opgaven hebben betrekking op feitenkennis of testen begripsvorming. Bij deze toets mochten de leerlingen voor alle opgaven gebruik maken van een grafische rekenmachine of computer en van een (aangeleverd) formularium.

VOORBEELDOPGAVE 1

Hieronder zie je de grafiek van een tweedegraadsfunctie *f*.



Welke uitspraak is **fout**?

A De functie *f* heeft 2 nulwaarden (nulpunten).

B De grafiek van *f* is symmetrisch.

C De functiewaarde van –3 is negatief.

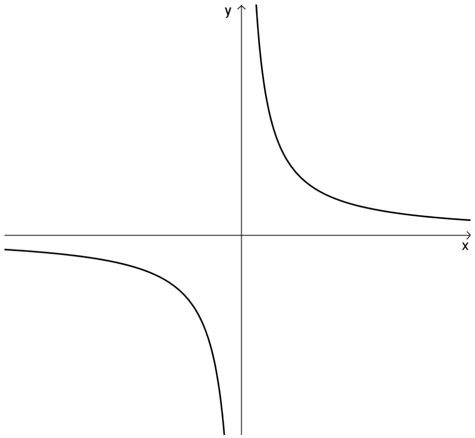
D De functie *f* daalt in [–2,1].

A: 9%, B: 8%, C: 8%, **D: 73%**

De eerste opgave lost 73 procent van de leerlingen correct op. Om ze goed te kunnen oplossen, moet een leerling diverse aspecten i.v.m. het verloop van een functie (nulwaarden en teken van de functiewaarde, stijgen/dalen en symmetrie) correct kunnen aflezen uit de grafiek. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 2

Welk functievoorschrift hoort bij deze grafiek?



A $f(x) = \frac{1}{x}$

B $f(x) = x^2 - 6x + 6$

C $f(x) = 3 \cdot (\frac{1}{3})^x$

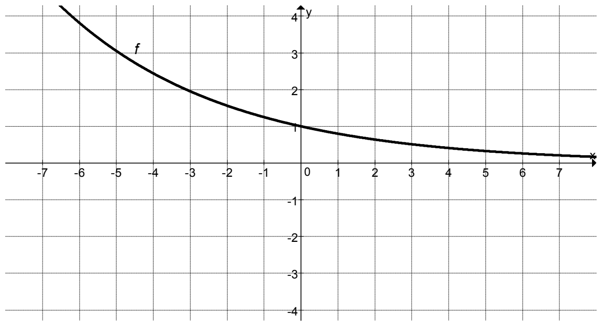
D $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 9}{2}$

A: 67%, B: 12%, C: 13%, D: 6%

Twee derde van de leerlingen lost deze opgave goed op. De leerling moet in de gegeven figuur de grafiek van een rationale basisfunctie herkennen en weten welk functievoorschrift hiermee overeen komt.

VOORBEELDOPGAVE 3

Hieronder zie je de grafiek van een functie *f* met functievoorschrift $f(x) = a^x$.



Wat is de waarde van *a* voor de getekende grafiek?

A $a = \frac{1}{8}$

B $a = -0,8$

C $a = 1,8$

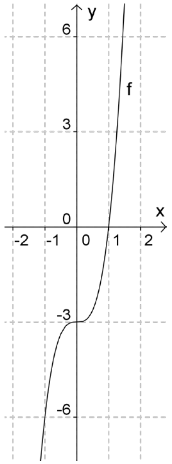
D $a = 0,8$

A: 18%, B: 14%, C: 9%, **D: 56%**

In deze opgave moeten leerlingen hun kennis van de grafieken van exponentiële functies kunnen toepassen om een dalende exponentiële functie te herkennen en het grondtal ervan te bepalen. Bij 56% van de leerlingen lukt dat. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 4

Welke tekentabel hoort bij de grafiek van de functie f in de onderstaande figuur?



A

x		-3	
$f(x)$	+	0	−

B

x		1	
$f(x)$	−	0	+

C

x		-3		1	
$f(x)$	+	0	−	0	+

D

x		-3		1	
$f(x)$	−	0	−	0	+

A: 5%, **B: 47%**, C: 10%, D: 37%

In deze opgave moeten de leerlingen een correcte tekentabel kunnen koppelen aan een grafiek. Iets minder dan de helft van de leerlingen (47%) slaagt daarin. Bijna twee vijfde van de leerlingen (37%) kiest antwoordalternatief D, dat dezelfde tekens geeft voor de functiewaarden, maar dat onterecht aangeeft dat –3 een nulwaarde zou zijn. We verwachten van de cesuurleerling dat hij deze opgave beheerst.

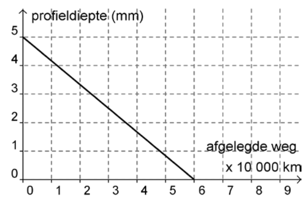
VOORBEELDOPGAVE 5

Het profiel van een autoband moet voldoende diep zijn om een veilig contact met het wegdek te verzekeren.

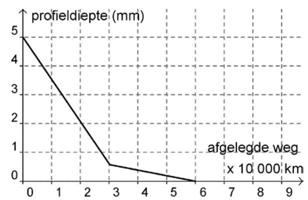
Naargelang je meer kilometers gereden hebt, slijt een autoband sneller af.

Welk van de volgende grafieken geeft dit weer?

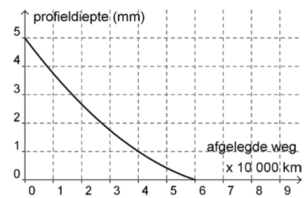
A



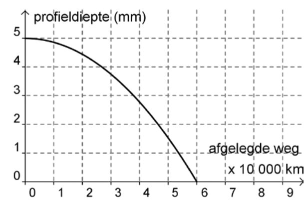
B



C



D



A: 19%, B: 5%, C: 31%, **D: 45%**

Om deze opgave goed te kunnen oplossen, moeten de leerlingen een beschrijving in woorden over de evolutie van een (gemiddelde) verandering van een functie kunnen koppelen aan een gepaste grafiek (bijvoorbeeld door te steunen op differentiequotiënten die ze uit de grafieken kunnen aflezen). Het juiste antwoord wordt door 45% van de leerlingen gekozen. Ongeveer één derde van de leerlingen kiest antwoordalternatief C, dat precies het omgekeerde uitdrukt. Deze voorbeeldopgave gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen.

VOORBEELDOPGAVE 6

Juist of fout?

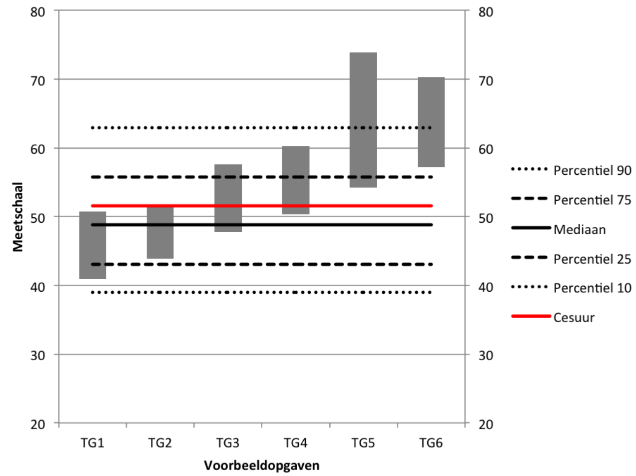
a.	De functie *f* met functievoorschrift $f(x) = 0{,}4x^2 - 2$ heeft geen nulwaarden (nulpunten).	juist	fout
b.	De functie *g* met functievoorschrift $g(x) = 0{,}2 \cdot 4^x$ heeft minstens één nulwaarde (nulpunt).	juist	fout

Correct (a: fout, b: fout): 35%

In deze voorbeeldopgave gaf 35% van de leerlingen het correcte antwoord op beide deelvragen. Op het eerste gezicht lijkt de opgave over nulwaarden te gaan. Toch is het voor een correcte oplossing vooral van belang dat leerlingen de grafiek van de betrokken functies kunnen tekenen. Ze kunnen de grafiek eventueel met ICT maken (een icoontje rechtsboven de vraag wijst erop dat het tekenen van een grafiek met een grafische rekenmachine of computer hierbij behulpzaam kan zijn). Deze opgave gaat eveneens verder dan wat we van de leerlingen verwachten.

De prestaties van de leerlingen op de voorbeeldopgaven vatten we, net zoals voor de vorige toetsen, samen in een figuur (Figuur 25). Elk balkje stelt een voorbeeldopgave voor die op een meetschaal geplaatst wordt waarop de gemiddelde leerling een score van 50 behaalt. De onderkant van het balkje geeft het punt op de meetschaal aan waarop een leerling de opgave voldoende beheerst. De bovenkant van het balkje geeft het punt aan waarboven een leerling een goede beheersing van de opgave heeft.

Op de figuur geven lijnen opnieuw de prestaties van de percentielleerlingen en de cesuurleerling weer. Wanneer de lijn van een leerling onder het balkje van de voorbeeldopgave ligt, beheerst de leerling de opgave nog niet. Doorkruist de lijn het balkje van de opgave, dan heeft de leerling een voldoende beheersing van de opgave. Ligt de lijn boven het balkje, dan heeft die leerling een goede beheersing van de opgave.



Figuur 25 – Beheersingsniveau voorbeeldopgaven technisch en kunstsecundair onderwijs – functies met tabellen en grafieken

Voor de **percentiel 10-leerling** zijn alle voorbeeldopgaven nog te moeilijk. De **percentiel 25-leerling** beheerst de eerste voorbeeldopgave. Deze leerling kan het verloop van een functie correct aflezen uit de grafiek. De andere voorbeeldopgaven heeft deze leerling nog niet onder de knie. De **mediaanleerling** beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven. Deze leerling kan uit grafieken de meeste relevante kenmerken afleiden, maar heeft met sommige kenmerken nog moeite. Verder kan deze leerling grafieken van eenvoudige functies in verband brengen met hun voorschrift. De laatste drie voorbeeldopgaven beheerst deze leerling nog niet. De **percentiel 75-leerling** beheerst de eerste vijf voorbeeldopgaven. Deze leerling kan tekentabellen koppelen aan grafieken en kan overweg met veranderingen. Voorbeeldopgave 6 heeft deze leerling nog niet onder de knie. Die opgave beheerst de **percentiel 90-leerling** wel. De opgaven onder de cesuur worden door 39% van de leerlingen beheerst.

Functies met algebra

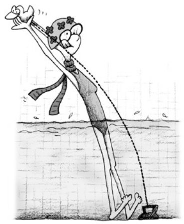
De toetsopgaven voor 'functies met algebra' sluiten aan bij Eindterm 13 en zijn problemen van buiten de wiskunde die met behulp van een functie om te zetten zijn in een wiskundig probleem. De leerlingen moeten het probleem dan oplossen (eventueel met behulp van ICT) en/of die oplossing interpreteren in de context.

De functies die in de opgaven optreden, zijn meestal eerste- of tweedegraadsfuncties of exponentiële functies. In sommige opgaven worden twee functies met elkaar gecombineerd. Veel opgaven uit de toets zijn te herleiden tot het oplossen van een vergelijking of een ongelijkheid. In andere gevallen gaat het over het bepalen van een functiewaarde. Bij tweedegraadsfuncties wordt ook gevraagd naar een maximum en bij exponentiële functies zijn er ook opgaven i.v.m. de groeifactor. In bepaalde gevallen is het voorschrift van de functie gegeven, maar in andere gevallen moeten de leerlingen het voorschrift zelf opstellen.

Alle opgaven uit de toets zijn toepassingsvragen. Soms zijn het standaardopgaven die leerlingen direct kunnen oplossen met een werkwijze die in de klas ingeoefend werd. Andere opgaven vergen een grotere eigen inbreng van de leerlingen, bijvoorbeeld bij het interpreteren van het antwoord of omdat verschillende technieken gecombineerd moeten worden.

VOORBEELDOPGAVE 1

Miet laat haar zwembad leeglopen. Gemiddeld stroomt er per minuut 150 liter water weg. Na 45 minuten zit er nog 64 350 liter water in het zwembad.



Hoeveel liter water zat er oorspronkelijk in het zwembad?

Oorspronkelijk zat er .... liter water in het zwembad.

Correct (71 100 liter): 83%

De eerste opgave lost 83 procent van de leerlingen correct op. Ze kan opgelost worden door een eerstegraadsvergelijking op te stellen, die op te lossen en de oplossing te interpreteren. De cesuurleerling moet de opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 2

Een taxibedrijf berekent zijn prijs p (in euro) in functie van het aantal gereden kilometers x met de formule $p(x) = 2 + 1{,}3x$

Juist of fout?

a. Je betaalt een instapbedrag van 1,3 euro. juist fout

b. Per gereden kilometer betaal je 2 euro. juist fout

Correct (a: fout, b: fout): 75%

Bij deze opgave duidt 75% van de leerlingen het correcte alternatief aan op beide deelvragen. Zij tonen hiermee aan dat ze de coëfficiënten van een gegeven eerstegraadsvergelijking correct kunnen interpreteren in termen van een eenvoudige context. Ook van deze opgave verwachten we dat de cesuurleerling ze beheerst.

VOORBEELDOPGAVE 3

Sara heeft 2 999 euro op haar spaarrekening staan.
Ze krijgt 2 % samengestelde intrest per jaar.

Welk bedrag staat op haar spaarrekening na 3 jaar?

A 3 022,99 euro

B 3 178,94 euro

C 3 182,56 euro

D 3 238,92 euro

A: 6%, B: 39%, **C: 49%**, D: 4%

Om deze opgave goed op te lossen, moeten leerlingen weten dat samengestelde intrest leidt tot exponentiële groei, moeten ze zelf het voorschrift van de bijbehorende exponentiële functie opstellen en hiermee een gepaste functiewaarde berekenen. Bij 49% van de leerlingen gaat dit goed. Het antwoordalternatief B, dat gebaseerd is op enkelvoudige intrest en lineair groei, wordt echter ook door een bijna even grote groep leerlingen (39%) gekozen. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 4

De dagelijkse winst W (in euro) die een firma maakt als ze x artikelen verkoopt, wordt gegeven door de functie $W(x) = 25x - 0{,}5x^2$.

Haar dagelijkse kosten K (in euro) om x artikelen te produceren, worden bepaald door de functie $K(x) = 3x + 80$.

Hoeveel artikelen moet de firma verkopen opdat de winst groter is dan de kosten?

A minder dan 92 of meer dan 200

B meer dan 92 en minder dan 200

C minder dan 4 of meer dan 40

D meer dan 4 en minder dan 40

A: 14%, B: 36%, C: 13%, **D: 34%**

In deze opgave zijn in een economische context een eerstegraads- en een tweedegraadsfunctie gegeven via hun voorschrift. Daarmee moeten de leerlingen dan zelf een ongelijkheid van de tweede graad opstellen. Die kan puur algebraïsch opgelost worden of via de grafiek van beide functies (die eventueel met behulp van ICT getekend kan worden). Het juiste antwoordalternatief wordt door 34% van de leerlingen aangeduid. Een even grote groep leerlingen duidt het foute antwoordalternatief B aan. Dat geeft aan dat zij hun berekeningen verkeerd interpreteren: de getallen 92 en 200 zijn immers de grenswaarden voor de dagelijkse kosten (i.p.v. het gevraagde aantal artikelen). Deze voorbeeldopgave gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen.

VOORBEELDOPGAVE 5

Een land heeft 15 000 000 inwoners. Voor de komende jaren voorspelt men een toename van de bevolking volgens de formule $b(t) = 15\,000\,000 \cdot 1{,}06^t$.

Hierbij stelt *b* de totale bevolking voor en *t* de tijd (in jaar).

Met welke groeifactor zal de bevolking maandelijks toenemen?

A $1{,}06$

B $1{,}06^{12}$

C $\sqrt[12]{1{,}06}$

D $\dfrac{1{,}06}{12}$

A: 20%, B: 28%, **C: 28%**, D: 23%

In deze opgave moeten de leerlingen uit het voorschrift van een exponentiële functie de jaarlijkse groeifactor aflezen en die daarna omzetten naar een maandelijkse groeifactor. Het goede antwoordalternatief wordt door 28% van de leerlingen gekozen. Een even grote groep gebruikt de berekening voor de omgekeerde omzetting (van een maandelijkse naar een jaarlijkse groeifactor; antwoordalternatief B). Lineaire omrekening gebeurt door een iets kleinere groep (23%; antwoordalternatief D). De cesuurleerling moet deze opgave nog niet beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 6

In de Verenigde Staten gebruiken ze graden Fahrenheit (°F) om de temperatuur te meten. Wij gebruiken graden Celsius (°C).

Het verband tussen beide temperatuurschalen is lineair.

In de tabel vind je voor 2 temperaturen in °F de overeenkomstige temperatuur in °C.

$T_{°F}$	40	85
$T_{°C}$	4,4	29,4

Met welke temperatuur in °C komt een temperatuur van 49 °F overeen?

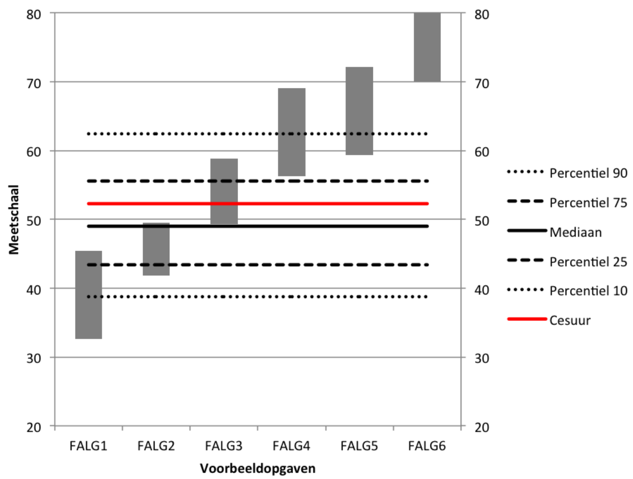
Met een temperatuur van 49 °F komt een temperatuur van .... °C overeen.

Correct (9,4 °F): 13%

In deze voorbeeldopgave moeten de leerlingen op basis van een tabel met twee functiewaarden zelf het voorschrift van een eerstegraadsfunctie opstellen. Dat moeten ze vervolgens gebruiken om een functiewaarde te bepalen. De context, met twee verschillende meetschalen voor eenzelfde fenomeen en moeilijkere getallen, maakt deze opgave complex. Ze gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen. 13% van de leerlingen slaagt erin om deze opgave goed op te lossen.

Wat kunnen leerlingen bij functies met algebra?

Net zoals voor de vorige toetsen vatten we de prestaties samen (Figuur 26) aan de hand van balkjes per voorbeeldopgave. De gemiddelde leerling behaalt een score van 50 op de meetschaal. De rode lijn geeft opnieuw de prestaties van de cesuurleerling weer.



Figuur 26 – Beheersingsniveau voorbeeldopgaven technisch en kunstsecundair onderwijs – functies met algebra

De **percentiel 10-leerling** heeft enkel de eerste voorbeeldopgave onder de knie. Deze leerling kan problemen oplossen die enkel heel eenvoudige algebra met eerstegraadsvergelijkingen vereisen. Alle andere opgaven zijn nog te moeilijk. De **percentiel 25-leerling** heeft een duidelijk betere beheersing van de eerste voorbeeldopgave en heeft ook voorbeeldopgave 2 voldoende onder de knie. Deze leerling kan in eenvoudige gevallen een functievoorschrift koppelen aan een context en getallen die in het functievoorschrift voorkomen interpreteren in de context. Hij kan ook een tabel van functiewaarden van een eerstegraadsfunctie aanvullen. De **mediaanleerling** heeft een betere beheersing van de eerste twee voorbeeldopgaven. De derde voorbeeldopgave is nog net te moeilijk. De **percentiel 75-leerling** beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven en kan dus ook eenvoudige opgaven met exponentiële functies oplossen. Voor deze leerling mogen opgaven met eerste- en tweedegraadsfuncties al iets moeilijker zijn. Voorbeeldopgave 4 is echter nog net te complex. De **percentiel 90-leerling**, ten slotte, heeft een goede beheersing van de eerste drie voorbeeldopgaven en heeft ook de volgende twee voorbeeldopgaven voldoende onder de knie. Deze leerling kan vlot met eerste- en tweedegraadsfuncties overweg en kan voldoende met exponentiële functies overweg. Functies mogen gecombineerd voorkomen in een opgave. De laatste voorbeeldopgave is echter ook voor deze leerling nog te moeilijk. Voor deze toets bereikt 37% van de leerlingen het door de cesuur vooropgestelde minimumniveau.

Statistiek

Statistiek neemt een belangrijke plaats in binnen de eindtermen voor kso en tso. Een eerste eindterm die in deze toets aan bod komt, betreft de begrippen populatie, steekproef en representativiteit van een steekproef en het belang van de representativiteit van de steekproef voor het trekken van besluiten over de populatie (Eindterm 14).

Verder wordt onderzocht of leerlingen gemiddelde, mediaan en standaardafwijking van statistische gegevens kunnen bepalen (Eindterm 15). De statistische gegevens zijn hierbij al dan niet gegroepeerd. Ze zijn gegeven via een tabel of via een grafische voorstelling.

Een derde onderwerp dat aan bod komt, is de normale verdeling (Eindterm 18). De toetsopgaven gaan over het al dan niet van toepassing zijn van een normale verdeling, over gemiddelde en standaardafwijking van een normale verdeling en over het verband tussen relatieve frequentie en oppervlakte onder de grafiek van een normale dichtheidsfunctie.

De meeste opgaven zijn directe toepassingsvragen. Enkele opgaven zijn meer veeleisende toepassingen of testen begripsvorming.

Leerlingen kregen een formularium en mochten gebruik maken van een grafische rekenmachine of computer. Leerlingen die in de klas voor de normale verdeling een tabel gebruikten i.p.v. ICT, kregen bovendien zo'n tabel.

VOORBEELDOPGAVE 1

Latifa is vertegenwoordiger van een watermaatschappij. Op een dinsdag in september neemt ze meterstanden op in een dorp met 250 woningen. Ze heeft haar komst niet aangekondigd.

Bij 190 woningen staat ze voor een gesloten deur. Ze verzamelt de meterstanden in 60 woningen.

Voor welke populatie is deze steekproef van 60 woningen representatief?

A de inwoners van het dorp

B de gezinnen van het dorp

C de inwoners van het dorp die op een doordeweekse werkdag thuis zijn

D de gezinnen van het dorp waarvan minstens één lid op een doordeweekse werkdag thuis is

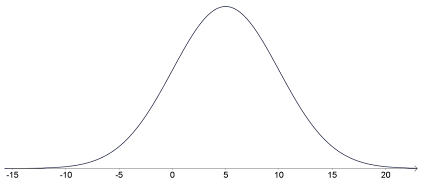
A: 7%, B: 4%, C: 24%, **D: 63%**

De eerste voorbeeldopgave toetst het begrip van representativiteit van een steekproef: de leerling moet uit de antwoordalternatieven die populatie kiezen waarvoor de gegeven steekproef representatief is. Bijna twee derde van de leerlingen (63%) lost deze opgave goed op. De cesuurleerling moet deze opgave beheersen.

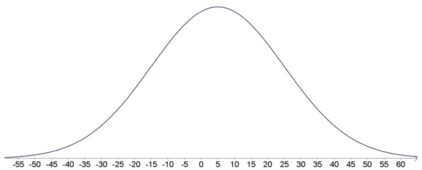
VOORBEELDOPGAVE 2

In welke figuur is een grafiek van de normale verdeling met gemiddelde 20 en standaardafwijking 5 getekend?

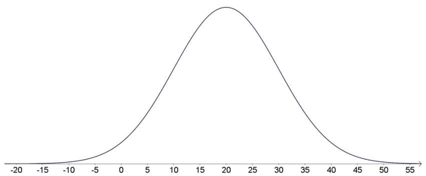
A



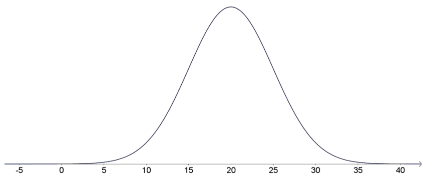
B



C



D



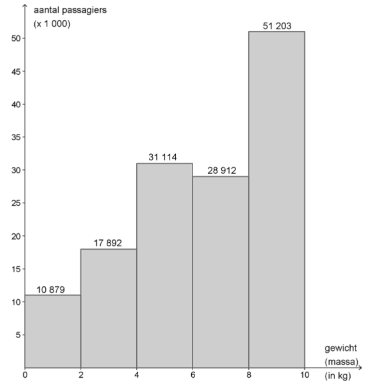
A: 13%, B: 7%, C: 18%, **D: 59%**

Bijna drie op vijf leerlingen (59%) slaagt erin om de grafiek van de normale verdeling te selecteren die zowel het juiste gemiddelde als de juiste standaardafwijking heeft. De twee antwoordalternatieven waarbij nog één van de twee kengetallen correct is, worden elk door ongeveer een zesde van de leerlingen gekozen (alternatief C met correct gemiddelde: 18%, alternatief A met correcte standaardafwijking: 13%). We verwachten van de cesuurleerling dat hij deze opgave beheerst.

VOORBEELDOPGAVE 3

Een luchtvaartmaatschappij heeft onderzocht hoeveel de handbagage van 140 000 passagiers weegt.

Ze presenteert de resultaten van het onderzoek in dit histogram.



Hoeveel weegt de handbagage van de passagiers gemiddeld?

A 4,3 kg

B 5,3 kg

C 6,3 kg

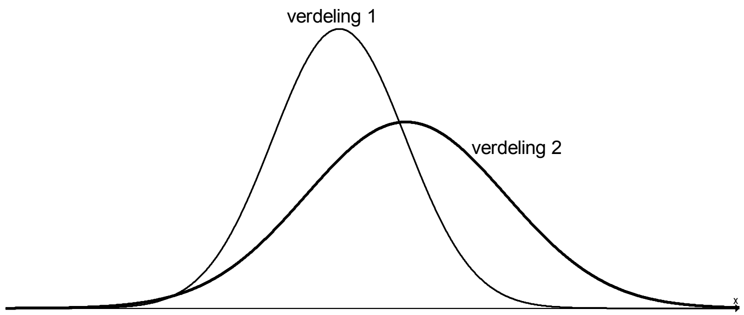
D 7,3 kg

A: 7%, B: 19%, **C: 47%**, D: 26%

In deze opgave moet de leerling een gemiddelde bepalen van gegroepeerde gegevens vanuit een grafische voorstelling. De leerling moet de klassenmiddens bepalen en dan het gemiddelde berekenen met behulp van de frequenties, die onder de vorm van getallen gegeven zijn. Wie gebruik maakt van de betekenis van het gemiddelde als steunpunt voor het histogram, kan antwoordalternatief A uitsluiten. We zien dan ook dat slechts een heel kleine groep leerlingen voor dat alternatief kiest (7%). Deze voorbeeldopgave gaat net verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen.

VOORBEELDOPGAVE 4

Deze figuur toont de grafieken van 2 normale verdelingen.



Juist of fout?

a. Het gemiddelde bij verdeling 1 is kleiner dan het gemiddelde bij verdeling 2. juist fout

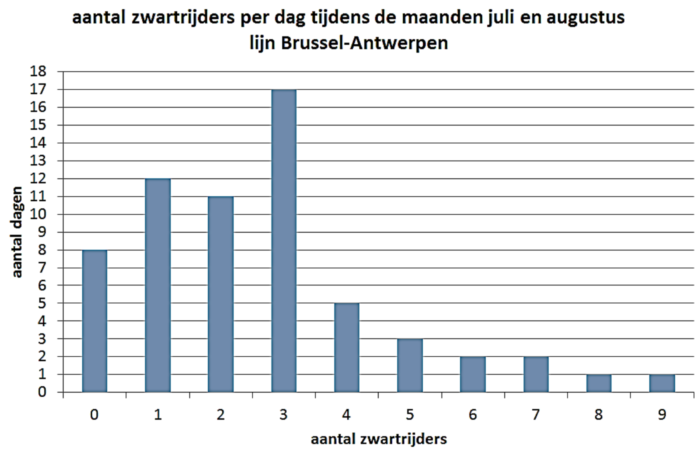
b. De standaardafwijking bij verdeling 1 is kleiner dan de standaardafwijking bij verdeling 2. juist fout

Correct (a: juist, b: juist): 37%

Minder dan twee vijfde van de leerlingen geeft bij deze opgave twee keer het correcte alternatief aan. Net als de tweede voorbeeldopgave handelt deze opgave over het grafisch bepalen van gemiddelde en standaardafwijking van een normale verdeling. Nu gaat het echter over het vergelijken van twee normale verdelingen. Deze opgave gaat verder dan wat we van de cesuurleerling verwachten.

VOORBEELDOPGAVE 5

Gedurende 2 maanden werd een verscherpte controle op zwartrijden uitgevoerd op de trein Brussel-Antwerpen. Het aantal zwartrijders dat per dag betrapt werd, vind je in de onderstaande figuur.



Wat is het gemiddelde aantal zwartrijders per dag op de lijn Brussel-Antwerpen tijdens de maanden juli en augustus?
Rond af op 0,1.

Per dag waren er gemiddeld .... zwartrijders op deze lijn.

Correct (per dag gemiddeld 2,6 zwartrijders): 23%

Deze opgave is verwant met de derde voorbeeldopgave. Ook nu is het een directe toepassing waarin de leerling een gemiddelde moet bepalen vanuit een grafische voorstelling, dit keer van niet-gegroepeerde gegevens. De frequenties zijn nu niet in de vorm van een getal gegeven en de leerling moet ze dus zelf uit de grafiek aflezen. Ook de vraagvorm is van belang: omdat het geen meerkeuzevraag is, is de kans groter dat rekenfouten niet opgemerkt worden. Iets minder dan een kwart van de leerlingen (23%) lost de opgave correct op. De cesuurleerling moet deze opgave nog niet beheersen.

VOORBEELDOPGAVE 6

Het IQ van een groep mensen is normaal verdeeld met een gemiddelde van 100 en een standaardafwijking van 15.

Welk IQ moet je minimaal hebben om tot de 20% slimste mensen te behoren? Rond af op een eenheid.

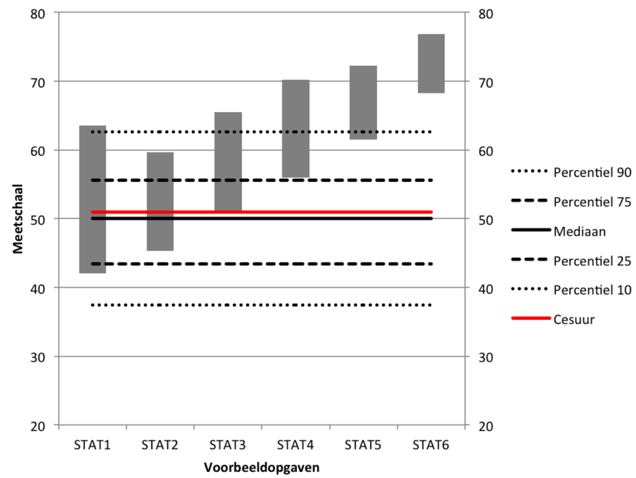
Je moet minimaal een IQ van .... hebben.

Correct (minimaal een IQ van 113): 8%

Om deze opgave goed op te lossen, moet de leerling het gegeven percentage vooreerst interpreteren als de oppervlakte van een gepast gebied onder de grafiek van de normale verdeling. Vervolgens moet de bijbehorende grenswaarde van het gebied bepaald worden, met ICT of via de tabel van de normale verdeling. Het gaat dus over het omgekeerde van de rechtstreekse berekening, die van grenswaarde naar percentage gaat. Deze opgave wordt correct opgelost door 8% van de leerlingen. Deze opgave gaat verder dan wat we van de leerlingen verwachten om aan de eindtermen te voldoen.

Wat kunnen leerlingen bij statistiek?

Net zoals voor de vorige toetsen vatten we de prestaties samen (Figuur 27) aan de hand van balkjes op een meetschaal waarbij de gemiddelde leerling een score van 50 behaalt. De rode lijn geeft net zoals bij de vorige toetsen de prestaties van de cesuurleerling weer.



Figuur 27 – Beheersingsniveau voorbeeldopgaven technisch en kunstsecundair onderwijs – statistiek

Voor de **percentiel 10-leerling** zijn alle voorbeeldopgaven nog te moeilijk. De **percentiel 25-leerling** beheerst de eerste voorbeeldopgave. Deze leerling kan overweg met representativiteit van een steekproef. De andere voorbeeldopgaven heeft deze leerling nog niet onder de knie. De **mediaanleerling** beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven. Voorbeeldopgaven 2 en 4 geven een indruk van wat deze leerling reeds wel en wat nog niet beheerst: gemiddelde en standaardafwijking koppelen aan de grafiek van een normale verdeling lukt in eenvoudige situaties, maar als bijvoorbeeld twee grafieken vergeleken moeten worden, lukt het nog niet. De **percentiel 75-leerling** beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven, maar de laatste drie nog niet. Ook hier zijn er twee voorbeeldopgaven over dezelfde wiskundige inhoud, namelijk opgaven 3 en 5, die laten aanvoelen wat wel en niet beheerst wordt. De **percentiel 90-leerling** heeft een goede beheersing van de eerste drie voorbeeldopgaven en beheerst de vierde en vijfde voorbeeldopgave voldoende. De laatste voorbeeldopgave lukt ook voor deze leerling nog niet. Een kwart van de leerlingen beheerst de opgaven die onder de grens van de cesuur liggen.

6. Conclusies

Afsluitend blikken we terug op de belangrijkste resultaten uit de peiling naar de eindtermen wiskunde in de derde graad van het algemeen secundair onderwijs enerzijds en in de derde graad van het kunstsecundair en technisch secundair onderwijs anderzijds. In de eerste plaats vatten we per set van toetsen samen in welke mate de leerlingen de eindtermen behalen. Hierbij besteden we al de nodige aandacht aan de prestatieverschillen tussen leerlingen op basis van het gevolgde pakket wiskunde. Daarna gaan we dieper in op de samenhang tussen een aantal achtergrondkenmerken en de toetsprestaties.

In een laatste deel van dit hoofdstuk nemen we wat meer afstand van de resultaten en reflecteren we over de betekenis van de gevonden resultaten. We plaatsen de resultaten in een breder kader en stippen een aantal mogelijke pistes aan die het wiskundeonderwijs voor alle leerlingen verder kunnen optimaliseren.

6.1. PEILING EINDTERMEN KSO EN TSO

De eindtermen voor kso en tso zijn minimumdoelstellingen die alle leerlingen uit kso en tso zouden moeten bereiken. Voor de peiling van de eindtermen wiskunde in kso en tso werden er drie toetsen ontwikkeld. Slechts een kwart van de leerlingen behaalt de eindtermen voor ‘statistiek’. Met 37% van de leerlingen die de eindtermen beheersen voor ‘functies met algebra’ en 39% voor ‘functies met tabellen en grafieken’ zijn ook deze resultaten teleurstellend. De peiling in kso en tso toont aan dat de minimumdoelstellingen voor deze leerlingen niet gerealiseerd worden.

Aangezien er in kso en tso een grote waaier aan studierichtingen bestaat, met een grote spreiding voor het aantal wekelijkse lestijden wiskunde, is het niet verwonderlijk dat er grote verschillen in resultaten zijn tussen de studierichtingen:

» Van de leerlingen die het minimumpakket aan wiskunde volgen (ongeveer twee vijfde van het totaal in kso en tso), is er slechts een uiterst kleine minderheid die de eindtermen beheerst.
» De leerlingen in studierichtingen met een uitgebreid pakket aan wiskunde (bijvoorbeeld industriële wetenschappen en techniek-wetenschappen, samen ongeveer 8% in de steekproef) hebben goede tot zeer goede resultaten.
» De resultaten van de middengroep (ongeveer de helft van de leerlingen) situeren zich tussen deze twee uitersten. Ze zijn beter dan die van de groep met het minimumpakket wiskunde. Toch zijn ze nog altijd niet goed te noemen, maar eerder matig en voor statistiek zelfs zwak.

6.2. PEILING EINDTERMEN BASISVORMING WISKUNDE ASO

De eindtermen voor de basisvorming aso zijn minimumdoelstellingen die alle leerlingen uit aso zouden moeten bereiken. In deze peiling werden er zes toetsen afgenomen. Voor één van de toetsen, namelijk die over ‘exponentiële functies’, zijn de resultaten goed: 78 procent van de leerlingen behaalt deze eindtermen. De resultaten van de andere vijf toetsen zijn teleurstellend. Iets meer dan de helft van de leerlingen behaalt de eindtermen voor ‘reële functies’ (56%), ‘goniometrische functies’ (51%), ‘afgeleiden’ (53%), ‘problemen oplossen met functies en afgeleiden’ (51%) en ‘statistiek’ (52%).

Ook hier verbergen deze gemiddeldes belangrijke verschillen tussen de studierichtingen en onderscheiden we drie subgroepen. Net zoals bij de peiling in de derde graad kso en tso stellen we vast dat slechts een minderheid van de leerlingen die in de derde graad aso het minimumpakket aan wiskunde volgen (iets meer dan twee vijfde van de leerlingen in aso) de eindtermen voor de basisvorming wiskunde aso beheerst. Er zijn enkele uitzonderingen: iets meer leerlingen beheersen de eindtermen over exponentiële functies en er zijn enkele studierichtingen met iets betere resultaten.

Bij de leerlingen die een aso-studierichting met een pool wiskunde volgen (ongeveer twee vijfde van de leerlingen uit aso) zijn de resultaten doorgaans goed tot zeer goed. Voor 'statistiek' scoren sommige studierichtingen iets minder goed. De groep van leerlingen met acht wekelijkse lestijden wiskunde (ongeveer een kwart van de leerlingen in aso pool wiskunde) zet betere resultaten neer dan de groep met zes wekelijkse lestijden. Deze goede prestatie van een kopgroep vinden we ook terug bij kso en tso (weliswaar met een veel kleinere kopgroep).

Voor de middengroep in aso, namelijk de leerlingen in een studierichting met pool wetenschappen maar zonder pool wiskunde (iets minder dan één vijfde van de leerlingen uit aso) zijn de resultaten globaal genomen matig. Een positieve uitschieter is dat meer dan vier vijfde van de leerlingen de eindtermen over exponentiële functies beheersen.

6.3. PEILING SPECIFIEKE EINDTERMEN ASO

De specifieke eindtermen zijn supplementaire doelstellingen die de leerlingen uit studierichtingen met pool wiskunde bovenop die uit de basisvorming wiskunde aso moeten behalen. Bij analyse en statistiek, onderwerpen die ook al aan bod kwamen in de basisvorming, zijn er bijkomende leerinhouden (bijvoorbeeld tweede afgeleide, integralen, telproblemen en kansrekening) en wordt meer diepgang verwacht. Verder zijn er domeinen die niet voorkomen in de basisvorming, namelijk ruimtemeetkunde en algebra (met bijvoorbeeld de studie van complexe getallen en stelsels van eerstegraadsvergelijkingen).

In het kader van deze peiling werden er vier toetsen afgenomen. Voor drie van de vier toetsen bereikt minder dan 40% van de leerlingen het minimumniveau dat door de onderwijsexperts werd vastgelegd: 39% voor 'algebra', 38% voor 'statistiek, kansrekening en discrete wiskunde' en 33% voor 'analyse'. Met 48% van de leerlingen die de eindtermen behalen, is het resultaat voor 'ruimtemeetkunde' iets beter, al haalt ook hier dus minder dan de helft van de leerlingen het minimumniveau. Net zoals bij de eindtermen van de basisvorming zijn er verschillen volgens de studierichting en scoort de groep van leerlingen met acht wekelijkse lestijden beter, maar ook dan zien we hoogstens redelijke resultaten.

6.4. SAMENHANG PRESTATIES EN ACHTERGRONDKENMERKEN

Een peiling verzamelt ook achtergrondinformatie om de resultaten verder te kaderen. Hierboven kwamen de prestatieverschillen naargelang van het pakket wiskunde dat leerlingen volgen al aan bod. We koppelen in een peiling echter ook de prestaties aan andere leerlingkenmerken. In de eerste plaats bekijken we in welke mate bepaalde leerlinggroepen verschillen in de kans om de eindtermen te bereiken. Bereiken jongens vaker de eindtermen dan meisjes? Hoe presteren leerlingen die een andere thuistaal dan het Nederlands hebben? Om de samenhang preciezer te evalueren, gaan we bijkomend na of eventuele verschillen overeind blijven wanneer we andere relevante kenmerken in rekening brengen. Vinden we bijvoorbeeld nog prestatieverschillen tussen jongens en meisjes wanneer we de studierichting die ze volgen mee in rekening brengen? We vatten nu de meest opvallende resultaten samen.

Opvallend is dat bijna over de hele lijn een aanzienlijke kloof bestaat tussen jongens en meisjes in het bereiken van de eindtermen. Voor de leerlingen uit het kso en tso behalen telkens dubbel zoveel jongens als meisjes de eindtermen. Dit betekent niet dat de resultaten voor de jongens schitterend zijn. Voor twee van de drie toetsen behaalt net de helft van hen de eindtermen, voor statistiek is dit ongeveer een derde. Het betekent vooral dat zeer weinig meisjes uit het kso en tso de eindtermen bereiken. Ook voor de eindtermen basisvorming in het aso presteren de jongens over de hele lijn beter dan de meisjes, waarbij de kloof het kleinst is voor 'exponentiële functies' met respectievelijk 85% en 72% van hen die de eindtermen bereiken. Voor de toets rond problemen oplossen is het verschil bijna 30%: van de jongens bereikt 67% de eindtermen, voor de meisjes is dit slechts 39%. Wanneer we dan kijken naar de leerlingen uit de pool wiskunde, en dus de toetsen over de specifieke eindtermen, zien we een meer divers beeld. Er zijn nauwelijks verschillen in het bereiken van de eindtermen voor 'algebra' en 'analyse', maar voor 'ruimtemeetkunde' (11%) en zeker voor 'statistiek, kansrekening en discrete wiskunde' (18%) is er een duidelijk verschil in het voordeel van de jongens.

Wat betreft de thuistaal vinden we hier en daar verschillen in het bereiken van de eindtermen, al zijn deze duidelijk kleiner dan wanneer we jongens en meisjes vergelijken. In het kso en tso ligt het percentage leerlingen dat de eindtermen bereikt, telkens ongeveer 10% lager voor zij die thuis, eventueel naast het Nederlands, een andere taal spreken.

Een gelijkaardig beeld zien we, in grote lijnen, voor de toetsen naar de eindtermen basisvorming voor het aso. Voor de toetsen naar de specifieke eindtermen is het beeld wat meer divers, maar de verschillen zijn duidelijk kleiner en zelfs zo goed als onbestaand voor 'ruimtemeetkunde' en 'analyse'.

Zoals we al aangaven, kunnen we de samenhang met de toetsprestaties nog preciezer bekijken door andere relevante kenmerken in rekening te brengen. Dit kunnen we niet alleen voor geslacht en thuistaal doen, maar ook voor andere kenmerken zoals eventuele leermoeilijkheden van de leerlingen, aspecten van de thuissituatie,... We gaan niet in op alle aspecten die in deze brochure aan bod kwamen, maar halen een aantal opvallende elementen aan.

Wanneer we andere kenmerken, zoals de studierichting van de leerlingen, in rekening brengen, blijven de verschillen tussen jongens en meisjes overeind. Voor thuistaal zien we echter dat voor het aso, zowel voor de basisvorming als voor de specifieke eindtermen, de verschillen bijna volledig verdwijnen. Voor de leerlingen uit het kso en tso stellen we daarentegen vast dat ook dan nog leerlingen die thuis niet enkel Nederlands spreken minder goed presteren.

In deze verdere analyses zien we daarnaast dat leerlingen met dyscalculie binnen het aso op een aantal toetsen over de eindtermen basisvorming wat minder goed presteren ('reële functies' en 'goniometrische functies'), maar zeker niet over de hele lijn. Voor het kso en tso presteren leerlingen met dyscalculie voornamelijk minder goed voor de toets over functies met algebra, maar ook voor statistiek liggen hun prestaties wat lager. Leerlingen met een stoornis uit het autismespectrum presteren dan weer beter dan hun medeleerlingen voor de toetsen voor de basisvorming aso over reële functies en problemen oplossen. Globaal genomen zijn de prestaties van leerlingen met dyslexie en ADHD op de toetsen uit deze peiling vergelijkbaar met die van hun medeleerlingen. Een opvallende uitzondering is wel de lagere prestatie van leerlingen met dyslexie uit de pool wiskunde voor algebra.

In de peiling verzamelden we ook informatie over de sociaal-economische status van het gezin. Voor deze peiling blijkt er nauwelijks een samenhang met de toetsprestaties. Voor de toetsen over de eindtermen basisvorming in het aso vinden we wel dat naarmate ouders positiever staan tegenover de waarde van wiskunde dat de leerlingen dan beter presteren op de toetsen. We vinden dit echter niet voor de toetsen over de specifieke eindtermen en ook voor de leerlingen uit het kso en tso stellen we geen samenhang vast.

6.5. REFLECTIES

Waarom wiskunde leren?

Het is natuurlijk niet zo dat alle leerlingen wiskunde leren met hetzelfde doel. Hieronder onderscheiden we drie algemene doelen voor het wiskundeonderwijs: leerlingen leren wiskunde om het te gebruiken in hun persoonlijk en maatschappelijk leven, om het in andere disciplines toe te passen en om ook los van concrete toepassingen wiskundig te leren denken. De concrete invulling en het relatieve belang van deze drie doelen verschilt sterk naargelang van de gevolgde studierichting.

Via wiskunde kunnen leerlingen kennis, vaardigheden en attitudes verwerven waarmee ze maatschappelijk weerbaarder worden en die hen helpen om goed te functioneren in hun persoonlijk en maatschappelijk leven. Dit algemene doel is voor alle leerlingen van toepassing, maar krijgt een bredere of minder brede invulling naargelang van de onderwijsvorm en studierichting. Zo verwerft een leerling die een minimumpakket wiskunde in kso of tso volgt een uitgebreider arsenaal aan wiskundige kennis, vaardigheden en attitudes dan een leerling uit bso. Daar waar de eindtermen voor bso gaan over functionele rekenvaardigheid en functionele informatieverwerving en -verwerking, moeten leerlingen uit kso en tso tot op zekere hoogte overweg kunnen met algebra, kunnen omgaan met functies via grafieken en tabellen en kennis hebben van statistiek. Voor leerlingen die de basisvorming wiskunde in aso volgen, ligt de lat nog wat hoger. Zo zijn de wiskundige inhouden uitgebreider. Er worden bijvoorbeeld meer functies behandeld (zoals goniometrische functies en veeltermfuncties met graad hoger dan twee). Er wordt daarenboven dieper ingegaan op een aantal wiskundige begrippen. De beschrijving van veranderingen gebeurt bijvoorbeeld niet alleen via differentiequotiënten, maar ook met afgeleiden. In bepaalde studierichtingen is het voorbereiden van leerlingen op het gebruiken van wiskunde in hun persoonlijk en maatschappelijk leven zonder twijfel het meest prominente algemene doel. In andere studierichtingen komen andere algemene doelstellingen meer op de voorgrond.

Wiskunde is een discipline die in heel veel andere wetenschapsdomeinen toegepast wordt. Een tweede algemeen doel van het wiskundeonderwijs is dan ook dat leerlingen de wiskundige kennis, vaardigheden en attitudes verwerven die nodig zijn om wiskunde en statistiek met succes te kunnen gebruiken in deze andere wetenschapsdomeinen. Dit is onder andere van belang als voorbereiding op het hoger onderwijs en op bepaalde beroepen.

Tot slot is wiskunde een wetenschap die op zichzelf staat, los van toepassingen in andere domeinen. Wiskunde onderscheidt zich bijvoorbeeld van andere wetenschappen door de fenomenen die bestudeerd worden (kort gezegd: abstracte patronen en structuren) en de specifieke wetenschappelijke methode die gehanteerd wordt. Dit geeft aanleiding tot een derde algemene doelstelling, namelijk dat leerlingen wiskundig leren denken. Dit houdt bijvoorbeeld in dat ze wiskundige problemen kunnen oplossen, dat ze wiskundig kunnen redeneren en dat ze wiskundige kennis systematisch kunnen ordenen en structureren. Deze studie van de wiskunde als autonome discipline kan een belangrijke bijdrage leveren aan de intellectuele vorming van de leerlingen. Net als bij de voorgaande twee algemene doelen, hangt de concrete invulling en het relatieve belang van dit derde algemene doel sterk af van de gevolgde studierichting.

Peiling versus examen

In de peilingstoetsen worden leerlingen bevraagd over leerinhouden die aan bod gekomen zijn in de hele derde graad. Het kan dus gaan over onderwerpen die bijna twee jaar voordien behandeld zijn in de klas. Op dat punt verschillen de peilingstoetsen van examens, die typisch handelen over de leerinhouden die in de voorafgaande twee of drie maanden in de klas behandeld werden. Peilingstoetsen en examens verschillen ook nog op een ander punt. Leerlingen bereiden zich immers niet specifiek voor op een peilingstoets. Je kunt dus stellen dat de peilingstoetsen onderzoeken welke kennis en vaardigheden paraat aanwezig zijn bij leerlingen op het einde van de derde graad. Het is belangrijk om dat onderscheid goed in het achterhoofd te houden bij het interpreteren van de resultaten van de peilingen.

De vragen van de peilingstoetsen zijn vanuit deze optiek ontworpen. Ze zijn in zekere zin gemakkelijker dan vragen op een examen. Bovendien mochten de leerlingen een ‘formularium’ gebruiken, dat de bedoeling had om een steun te zijn voor het geheugen en dat ervoor moest zorgen dat een leerling niet geblokkeerd raakte doordat hij zich een bepaalde formule, definitie of eigenschap niet goed meer herinnerde. De leerlingen kregen bij het begin van de toets expliciet de instructie om het formularium te bestuderen.

Het lijdt weinig twijfel dat de leerlingen (veel) betere resultaten zouden neerzetten als ze dezelfde vragen zouden moeten oplossen op een examen. In die zin is er dus niet per se een tegenstelling tussen de resultaten van deze peilingen en het oordeel dat leraren en klassenraden vellen op basis van examens.

Het verschil tussen beide levert echter wel stof tot nadenken. Het laat zien dat de wiskundige kennis en vaardigheden die de leerlingen verworven hebben niet voor een langere periode beschikbaar blijft. Door een aangepaste didactiek kan hier op ingespeeld worden. Belangrijke kennis en vaardigheden zouden in de loop van de derde graad geregeld opnieuw aan bod moeten komen in de les. Verder kan nog sterker ingezet worden op inzichtelijk leren omdat dit bijdraagt tot kennis en vaardigheden die beter beklijven.

Drie conclusies

We kunnen de resultaten van de peiling als volgt samenvatten:

» er stellen zich ernstige problemen voor de groep van leerlingen die een minimumpakket aan wiskunde volgen, zowel in kso en tso als in aso;
» de resultaten zijn eerder matig voor een middengroep van leerlingen;
» een kopgroep van leerlingen behaalt goede resultaten voor de eindtermen uit de basisvorming, maar er is een ernstig probleem voor wat de specifieke eindtermen in aso betreft.

Deze resultaten zijn niet zoals verhoopt. Dat is teleurstellend voor alle betrokkenen, in de eerste plaats voor de leerlingen en hun wiskundeleraren, die zich dag na dag met een grote inzet aan hun taak wijden. De knelpunten die aan het licht komen, zijn niet allemaal verrassend. Ze worden in sommige gevallen al langer door leraren gesignaleerd en kwamen deels ook al tot uiting in eerdere peilingen. Natuurlijk betekenen deze resultaten niet dat leerlingen weinig of niets zouden leren. Een deel van de resultaten zijn zeker positief, en ook de voorbeeldopgaven geven een idee van wat leerlingen wel degelijk onder de knie hebben.

De leerlingen met een minimumpakket aan wiskunde

De teleurstellende resultaten voor de groep van leerlingen die een minimumpakket aan wiskunde volgen, zijn helaas niet onverwacht. Ook in vorige peilingen wiskunde zagen we steeds bepaalde groepen waarbinnen erg weinig leerlingen de eindtermen beheersen. Dat was bijvoorbeeld het geval voor de eerder technisch gerichte basisopties in de eerste graad A-stroom en voor bepaalde studierichtingen uit de tweede graad aso. Wiskunde is een vak dat systematisch verder bouwt op voorgaande kennis en vaardigheden. Wellicht lopen bepaalde groepen leerlingen al vroeg een achterstand op die ze later niet meer kunnen wegwerken. We kunnen aannemen dat hier een negatieve spiraal ontstaat waarin perceptie van eigen kunnen, motivatie voor het vak en slechte prestaties elkaar wederzijds negatief beïnvloeden.

We hebben hier te maken met een ernstig probleem, dat ruime aandacht verdient in de nabije toekomst. In de eerste plaats moet nu nagegaan worden of de resultaten van de peiling in overeenstemming zijn met de ervaringen van de betrokken leraren. Er is ook nood aan meer diepgaande kennis over de oorzaken voor de vastgestelde problemen. Deze oorzaken kunnen ook verschillen naargelang het gaat over leerlingen uit aso, dan wel uit tso of kso.

Er zullen vermoedelijk maatregelen nodig zijn op diverse vlakken. Uiteraard moet ingezet worden op verdere verbeteringen in de didactiek (bijvoorbeeld door het stimuleren van een betere studiemethode of door nog meer in te zetten op het motiveren van leerlingen). Dit zal zeker een positieve invloed hebben op de resultaten. Omdat het probleem zich zo scherp stelt, zal dit echter niet volstaan. We moeten ons bijvoorbeeld ook de vraag durven stellen of alle leerlingen op een goede manier georiënteerd geweest zijn.

Cruciaal is verder de vraag hoe ervoor gezorgd kan worden dat ontstane tekorten sneller en op een meer effectieve manier weggewerkt worden, zodat het leerproces van de leerling niet tot stilstand komt. Op dit ogenblik wordt hier veel te vrijblijvend mee omgegaan. Voor oplossingen hiervoor volstaat niet om alleen in de richting van de leraar te kijken. Heel wat andere actoren moeten hier een bijdrage leveren.

Er dringt zich tot slot een bezinning op over de eindtermen zoals ze nu geformuleerd zijn, zowel voor kso en tso als voor de basisvorming in aso. Een internationale vergelijking kan helpen om uit te maken of ze haalbaar zijn voor deze groep van leerlingen.

De leerlingen uit studierichtingen in aso met pool wiskunde

De leerlingen uit een studierichting in aso met pool wiskunde presteren goed tot zeer goed voor de eindtermen uit de basisvorming, maar over de resultaten voor de specifieke eindtermen kunnen we niet tevreden zijn. Ook aan deze groep van leerlingen (en ongetwijfeld ook aan de vergelijkbare groep in kso en tso, bijvoorbeeld uit de studierichting industriële wetenschappen) zullen we in de toekomst dus aandacht moeten besteden. In de eerste plaats dringt zich nu nader onderzoek op. Herkennen leraren de resultaten van deze peiling? Wat zijn mogelijke oorzaken voor de vaststellingen in de peiling?

Bij deze leerlingen ligt de klemtoon op de wiskundige kennis, vaardigheden en attitudes die nodig zijn om wiskunde met succes te kunnen gebruiken in andere wetenschapsdomeinen en om het wiskundig denken te ontwikkelen, ook los van eventuele toepassingen. Het voorbereiden van leerlingen op opleidingen in het hoger onderwijs is hier cruciaal. Daarom moet het hoger onderwijs betrokken worden bij het analyseren van de vastgestelde moeilijkheden. Daarbij is er niet alleen overleg nodig met docenten van opleidingsonderdelen wiskunde en statistiek, maar ook met docenten van opleidingsonderdelen waarin wiskunde gebruikt wordt. Tegelijk herhalen we hier dat een verder doorgedreven studie van de wiskunde ook los van verdere studies zinvol is omdat ze een belangrijke bijdrage levert tot de intellectuele vorming van de leerlingen. Wiskunde in aso met pool wiskunde kan dus zeker niet gereduceerd worden tot voorbereiding op het hoger onderwijs.

Zoals eerder aangegeven staan de teleurstellende resultaten voor de specifieke eindtermen in contrast met het goede resultaat van de leerlingen uit aso met pool wiskunde voor de eindtermen uit de basisvorming. Dat goede resultaat is niet onverwacht. Het ligt in de lijn van de resultaten van de peiling wiskunde in de tweede graad aso. Ook daar zagen we immers een grote spreiding in de resultaten, met eerder goede resultaten voor studierichtingen waarin we meer wiskundig georiënteerde leerlingen aantreffen. In de tweede graad zijn er echter geen specifieke eindtermen voor wiskunde zodat meer ambitieuze doelstellingen daar toch een meer vrijblijvend karakter hebben. Het zou kunnen dat dit ervoor zorgt dat wiskundig sterke leerlingen in de tweede graad onvoldoende uitgedaagd worden. Dit zou mee aan de basis kunnen liggen van de problemen die we voor deze leerlingen vaststellen in de derde graad.

Wiskundeleraren

Via de vragenlijst voor leraren kregen we in deze peiling een zicht op het diploma van wiskundeleraren uit de derde graad. In aso met pool wiskunde beschikt vier vijfde van de wiskundeleraren over een vereist bekwaamheidsbewijs voor wiskunde (79%). In aso zonder pool wiskunde en in kso en tso is dat veel minder het geval (53%, respectievelijk 33%). Er werd aan leraren ook gevraagd of zij tijdens hun lerarenopleiding een vorming op het vlak van wiskundedidactiek gekregen hadden (een opleidingsonderdeel didactiek wiskunde en/of een stage wiskunde begeleid door een wiskundige). Dit blijkt in sterke mate samen te hangen met het bekwaamheidsbewijs. In aso met pool wiskunde zien we dus een grote meerderheid van de wiskundeleraren met vorming op het vlak van vakdidactiek wiskunde, maar in aso zonder pool wiskunde en in kso-tso is dat veel minder het geval.

Het aantal wiskundeleraren met een vereist bekwaamheidsbewijs voor wiskunde ligt globaal genomen laag. Door de erg geringe instroom van wiskundeleraren met een vereist bekwaamheidsbewijs voor wiskunde valt te verwachten dat dit aandeel in de toekomst nog verder zal afnemen. Wiskundeleraren met een voldoend geacht bekwaamheidsbewijs en zonder vorming op het vlak van wiskundedidactiek spelen dus een cruciale rol in het wiskundeonderwijs en ze verdienen daarvoor alle waardering. Toch zijn er een aantal aandachtspunten.

We zien duidelijke verschillen in de samenstelling van het lerarenkorps tussen de drie onderzochte doelgroepen. Hoewel het logisch is dat we vooral in aso met pool wiskunde wiskundeleraren met een vereist bekwaamheidsbewijs voor wiskunde vinden, brengt het met zich mee dat we in aso zonder pool wiskunde en in kso en tso veel wiskundeleraren aantreffen die niet specifiek opgeleid zijn (vakinhoudelijk en vakdidactisch) om wiskunde te geven. De resultaten van de peiling geven aan dat de uitdagingen op didactisch vlak in de betrokken studierichtingen nochtans erg groot zijn. Dit is een eerste punt van zorg.

Verder zal er in de toekomst ook voor aso met pool wiskunde in grotere mate een beroep gedaan moeten worden op wiskundeleraren zonder vereist bekwaamheidsbewijs voor wiskunde. Gezien de hoge eisen op het vlak van vakinhoudelijke bekwaamheid die gesteld worden aan wiskundeleraren voor aso met pool wiskunde is dat een tweede punt van zorg.

De peilingen in perspectief

Peilingen houden het onderwijs een spiegel voor en zetten dus aan tot reflectie. Dat is met deze peilingen wiskunde in de derde graad zeker het geval. We mogen echter niet uit het oog verliezen dat de realiteit van het onderwijs zoveel méér is dan de resultaten van deze peilingen. Via meerkeuzevragen en gesloten vragen kun je niet alles meten. In veel studierichtingen is het wiskundepakket veel ruimer dan wat in de eindtermen opgenomen is. In de klas gebeurt verder ook veel dat niet rechtstreeks met de eindtermen in verband staat: leerlingen maken kennis met moderne toepassingen van wiskunde, bestuderen een onderwerp zelfstandig, werken projecten uit, ... Leerlingen hebben dus ook heel veel zaken geleerd die ze niet rechtstreeks kunnen tonen in de peilingstoetsen.

We hebben geen harde informatie over het internationale perspectief. We stippen hier toch drie elementen aan. Een eerste punt is dat in veel landen niet iedereen tot op 18 jaar naar school gaat. Wellicht is een deel van hen vergelijkbaar met kso- en tso-leerlingen die bij ons een minimumpakket aan wiskunde krijgen. We wijzen, ten tweede, op het TIMSS-Advanced-onderzoek, dat wiskunde toetst bij 18-jarigen die zich in het secundair onderwijs speciaal op wiskunde toeleggen. Nederland, dat in internationale vergelijkingen gelijkaardig scoort als Vlaanderen, nam hieraan deel in 2008 en haalde een goed resultaat. Tot slot leggen we de link met het PISA-onderzoek, dat sinds 2000 driejaarlijks uitgevoerd wordt. PISA stelt wiskundige geletterdheid centraal (vergelijkbaar met de eerste algemene doelstelling hierboven) en heeft betrekking op jongere leerlingen dan de peilingen die we hier bespreken (alle 15-jarigen, ongeacht de studierichting). Vlaanderen scoort erg hoog in PISA, maar er is een dalende tendens.

Ook voor een vergelijking met het verleden is er geen harde informatie. Het is de eerste keer dat een peiling wiskunde afgenomen werd in de derde graad. Deze peiling vormt dus een nulmeting. Wel kunnen we opmerken dat het wiskundeonderwijs in de afgelopen decennia sterk geëvolueerd is (misschien wel in tegenstelling tot de statische indruk die de buitenwereld van het wiskundeonderwijs zou kunnen hebben), met onder andere meer aandacht voor toepassingen van wiskunde, een grotere rol voor statistiek en de integratie van informatietechnologie. Ook de maatschappelijke context is sterk veranderd en ook dat heeft implicaties voor het wiskundeonderwijs.

7. Wat nu?

Naar aanleiding van de peilingen wiskunde worden belangrijke vaststellingen gedaan over het wiskundeonderwijs in Vlaanderen. De resultaten van de peilingen geven stof tot nadenken voor al wie bij wiskunde in het onderwijs betrokken is: ontwerpers van leerplannen en leermiddelen, pedagogische begeleidingsdiensten, academici, CLB's, lerarenopleiders, nascholers, onderwijsinspecteurs, beleidsmedewerkers, sociale partners, directies, leraren, ouders en leerlingen. Ze vormen een goede aanzet voor een discussie over de onderwijskwaliteit en welke veranderingen daartoe kunnen bijdragen. Ook andere onderzoeks- en evaluatieresultaten, naast praktijkervaringen, worden daarbij best meegenomen.

Het is de bedoeling dat we verklaringen zoeken voor de goede en de minder goede resultaten. Daarvoor is het wenselijk dat alle betrokkenen met elkaar in gesprek gaan en samen op zoek gaan naar hefbomen om de kwaliteit van het Vlaamse onderwijs te bestendigen of te verbeteren. De hefbomen kunnen op diverse terreinen te vinden zijn: in de actualisering van eindtermen, in het ontwikkelen of aanpassen van leerplannen en leermiddelen, in de nascholing of begeleiding, in het schoolbeleid, in de ondersteuning van specifieke doelgroepen, ...

In dit kwaliteitsdebat staan de volgende vragen centraal:

- » Wat leren we uit de peilingsresultaten?
- » Worden de peilingsresultaten bevestigd door andere informatie?
- » Hoe kunnen we de peilingsresultaten verklaren?
- » Op welke vlakken doen we het goed en hoe kunnen we dat zo houden?
- » Welke knelpunten zijn er en hoe kunnen we die wegwerken?

De overheid zelf neemt eind 2015 alvast een aantal van deze vragen over onderwijs en wiskunde op in een werkseminarie met verschillende partners (pedagogische begeleiding, onderwijsinspectie, lerarenopleiding, vervolgonderwijs, ...).

SAMENSTELLING

Deze brochure werd samengesteld door het onderzoeksteam van het Steunpunt Toetsontwikkeling en Peilingen in samenwerking met het team Curriculum van AKOV.

VERANTWOORDELIJKE UITGEVER

Ann Verhaegen
Ministerie van Onderwijs en Vorming
Agentschap voor Kwaliteitszorg in Onderwijs en Vorming
Koning Albert II-laan 151210 Brussel

VORMGEVING

Karen Verlinden

ONLINE

http://www.peilingsonderzoek.be
http://www.ond.vlaanderen.be/curriculum/peilingen

DEPOTNUMMER

D/2015/3241/170

UITGAVE

2015

Agentschap
voor Kwaliteitszorg
in Onderwijs en Vorming

Koning Albert II-laan 15
1210 BRUSSEL
www.akov.be
www.ond.vlaanderen.be

BEL 1700