



Vlaanderen
is wetenschap

13_103_6
WL rapporten

Geïdealiseerde processtudie van systeemovergangen naar hypertroebelheid

WP 1.5 Sedimentmodel met dynamische beschikbaarheid

DEPARTEMENT
MOBILITEIT &
OPENBARE
WERKEN

waterbouwkundiglaboratorium.be

Geïdealiseerde processtudie van systeemovergangen naar hypertroebelheid

WP 1.5 Sedimentmodel met dynamische beschikbaarheid

Brouwer, R.L.; Schramkowski, G.P.

Juridische kennisgeving

Het Waterbouwkundig Laboratorium is van mening dat de informatie en standpunten in dit rapport onderbouwd worden door de op het moment van schrijven beschikbare gegevens en kennis.

De standpunten in deze publicatie zijn deze van het Waterbouwkundig Laboratorium en geven niet noodzakelijk de mening weer van de Vlaamse overheid of één van haar instellingen.

Het Waterbouwkundig Laboratorium noch iedere persoon of bedrijf optredend namens het Waterbouwkundig Laboratorium is aansprakelijk voor het gebruik dat gemaakt wordt van de informatie uit dit rapport of voor verlies of schade die eruit voortvloeit.

Copyright en wijze van citeren

© Vlaamse overheid, Departement Mobiliteit en Openbare Werken, Waterbouwkundig Laboratorium, 2024

D/2022/3241/073

Deze publicatie dient als volgt geciteerd te worden:




Brouwer, R.L.; Schramkowski, G.P. (2024). Geïdealiseerde processtudie van systeemovergangen naar hypertroebelheid: WP 1.5 Sedimentmodel met dynamische beschikbaarheid. Versie 4.0. WL Rapporten, 13_103_6. Waterbouwkundig Laboratorium: Antwerpen

Overname uit en verwijzingen naar deze publicatie worden aangemoedigd, mits correcte bronvermelding.

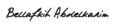

Documentidentificatie

Oprichtgever:	Vlaams-Nederlandse Scheldec commissie (VNSC)	Ref.:	WL2024R13_103_6
Trefwoorden (3-5):	Getij, sedimenttransport, estuaria, Schelde-estuarium		
Kennisdomeinen:	Sediment > Cohesief sediment > Numerieke modelleringen Sediment > Sedimenttransport > Numerieke modelleringen Sediment > Bovenafvoer > Numerieke modelleringen		
Tekst (p.):	42	Appendices (p.):	0
Vertrouwelijk:	Nee	<input checked="" type="checkbox"/> Online beschikbaar	
Auteur(s):	Brouwer, R.L.; Schramkowski, G.P		

Controle

	Name	Handtekening
Revisor(en):	Plancke, Y.	<p>Getekend door: Yves Plancke (Signature) Getekend op: 2024-10-07 09:29:33 +02:0 Reden: Ik keur dit document goed</p>  
Projectleider:	Schramkowski, G.P.	<p>Dr. George P. Schramkowski</p>  <p>Digitaal ondertekend door Dr. George P. Schramkowski Datum: 2024.10.04 10:09:36 +02'00'</p>

Goedkeuring

Afdelingshoofd:	Bellafkih, A.	<p>Getekend door: Abdelkarim Bellafkih (Sign) Getekend op: 2024-10-04 10:22:29 +02:0 Reden: Ik keur dit document goed</p>  
-----------------	---------------	--

Abstract

In dit rapport wordt het geïdealiseerde sedimentmodel van Brouwer *e.a.*, 2022 (rapport 1.4) uitgebreid met een dynamische beschrijving van sedimentbeschikbaarheid door deze te koppelen aan de dikte van een erodeerbare sedimentlaag op de bodem. Deze laag evolueert op een lange tijdschaal op basis van de Exnervergelijking. Op deze wijze hoeft niet langer a priori te worden verondersteld dat de horizontale verdeling van sediment volgt uit de strikte aanname van morfodynamisch evenwicht. Daarnaast worden de optredende sedimentconcentraties begrensd door de erodeerbaarheid te relateren aan de beschikbaarheid. Hierbij zijn twee situaties te onderscheiden. Bij betrekkelijk geringe bodemlaagdikte wordt de erosieflux in belangrijke mate bepaald door de hoeveelheid sediment op de bodem: dit wordt een beschikbaarheidsgelimiteerde situatie genoemd. Bij een grotere laagdikte verdwijnt deze relatie en vindt erosie plaats tegen de maximale waarde die onder gegeven lokale hydraulische omstandigheden mogelijk is: dit wordt een erosiegelimiteerde situatie genoemd.

Het model wordt toegepast op het Scheldebekken. Door erosiegelimiteerdheid treden er condities op waarbij constant sediment wordt geïmporteerd terwijl de hoeveelheid gesuspendeerd materiaal in getijgemiddelde zin niet verandert. Deze evenwichten in de sedimentverdeling worden derhalve gekenmerkt door een voortdurende aangroei van de sedimentlaag op de bodem. Erosiegelimiteerde evenwichten treden vaak op bij lage afvoer en stellen zich op een veel kortere tijdschaal in dan globale morfodynamische evenwichten. Bij verhoging van de afvoer reageren zij echter veel trager op de nieuwe forcering. Tot slot blijkt dat de instantane sedimentverdeling kwalitatief vaak sterke gelijkenissen vertoont met het evenwicht dat wordt gevonden onder de aanname van morfodynamisch evenwicht, in elk geval voor wat betreft de lokatie van estuariene troebelheidsmaxima (ETMs).

Inhoudsopgave

Abstract.....	III
Lijst van figuren.....	VII
Lijst van tabellen.....	VIII
1 Inleiding.....	1
2 Modelbeschrijving.....	2
2.1 Modelgeometrie.....	2
2.2 Hydrodynamica.....	3
2.2.1 Modelvergelijkingen.....	3
2.2.2 Zoutverdeling.....	3
2.3 Sedimentdynamica.....	4
2.3.1 Evolutievergelijking.....	4
2.3.2 Rivier-rivier interactie en spatial settling lag.....	5
2.4 Vereenvoudigende aannames en oplossingsmethode.....	5
2.5 Bepaling van de beschikbaarheid van het sediment.....	6
2.6 Vooruitblik.....	7
3 Formulering van dynamische erodeerbaarheid.....	8
3.1 Tekortkomingen van de morfodynamische evenwichtsconditie.....	8
3.2 Massabalans van de bodemlaag.....	8
3.3 Dynamische erodeerbaarheid.....	9
3.4 Wiskundige bepaling van de erodeerbaarheid.....	10
3.5 Sedimentbalans onder beschikbaarheidsgelimiteerde condities.....	11
3.5.1 Morfodynamisch evenwicht.....	11
3.5.2 Stabiliteit.....	11
3.5.3 De aanpassingstijdschaal.....	12
3.6 Sedimentbalans onder erosiegelimiteerde condities.....	13
3.6.1 Evenwicht.....	13
3.6.2 Stabiliteit.....	13
3.6.3 Evolutie van de beschikbaarheid.....	14
3.7 Sedimentbalans onder hybride evenwichtscondities.....	14
3.7.1 Getjebekken met één erosiegelimiteerd gebied.....	14
3.7.2 Uitbreiding naar meerdere erosiegelimiteerde gebieden.....	15
3.8 Samenvatting.....	15
3.9 Naschrift.....	15
4 Resultaten.....	16
4.1 Model voor het Schelde estuarium.....	16
4.2 Samenvatting van eerdere resultaten.....	18
4.3 Opgelegde verlopen voor de rivierafvoer.....	20
4.3.1 Aanpassingstijdschaal.....	20
4.3.2 Geïdealiseerde afvoerverlopen.....	20
4.3.3 Afvoerverloop te Melle in 2009.....	20
4.3.4 Ruimtelijke correlatie tussen erodeerbaarheid en beschikbaarheid.....	21

4.4	Geïdealiseerd afvoerverloop met $Q_{\min} = 25 \text{ m}^3/\text{s}$	22
4.4.1	Ruimtelijke correlatie	22
4.4.2	Massabalans voor waterkolom en bodemlaag	23
4.4.3	Sedimenttransport bij erosielimiteerde condities	25
4.5	Geïdealiseerd afvoerverloop met $Q_{\min} = 20 \text{ m}^3/\text{s}$	28
4.5.1	Ruimtelijke correlatie	28
4.5.2	Massabalans voor waterkolom en bodemlaag	29
4.5.3	Sedimenttransport bij erosielimiteerde condities	31
4.6	Afvoerverloop van 2009	31
4.6.1	Ruimtelijke correlatie	31
4.6.2	Massabalans voor waterkolom en bodemlaag	34
4.6.3	Sedimenttransport bij erosielimiteerde condities	34
4.7	Bespreking van de belangrijkste bevindingen	37
5	Conclusies.....	39
	Referenties	41

Lijst van figuren

Figuur 1	Geometrie van het getjibekken zoals gebruikt in het geïdealiseerde model.	2
Figuur 2	Sedimentbalans voor een estuarium met één erosiegelimiteerd gebied.	15
Figuur 3	Het Schelde estuarium.	16
Figuur 4	Longitudinaal verloop van de breedte (boven) en breedtegemiddelde diepte (onder) in het Scheldebekken.	17
Figuur 5	Getijgemiddelde zoutverdeling langsheen het Schelde estuarium.	18
Figuur 6	Relatieve getijgemiddelde verdeling van het sediment voor vier verschillende afvoeren.	19
Figuur 7	Verloop van de aanpassingstijdschaal T_{adapt} (blauw: lineaire schaling, rood: logaritmische schaling) als functie van de rivierafvoer te Melle.	21
Figuur 8	Geïdealiseerde afvoerverloop te Melle met $Q_{min} = 25 \text{ m}^3/\text{s}$ (blauw) en $Q_{min} = 20 \text{ m}^3/\text{s}$ (rood).	22
Figuur 9	Gefilterd afvoerverloop te Melle op basis van dagwaarden in 2009 (blauw).	23
Figuur 10	Temporele verloop van de ruimtelijke correlatie C_{fa} voor $\beta = 0$, $\beta = 5221$ en $\beta = 8903$ bij $Q_{min} = 25 \text{ m}^3/\text{s}$	24
Figuur 11	Vergelijking tussen ruimtelijke verdeling van erodeerbaarheid f (blauw) en evenwichtsbeschikbaarheid a_{eq} (groen).	25
Figuur 12	Tijdsverloop van de hoeveelheid massa in de waterkolom (a) en in de bodemlaag (M_{bed} , b) voor evenwichten voor dynamische beschikbaarheid bij $\beta = 0$ resp. $\beta = 8903$	26
Figuur 13	Ruimtelijk verloop van het transport (\mathcal{F} , blauw) en de grootheid $1 - \beta f$ (groen) op tijdstip $t = 900$ dagen voor (a) $\beta = 8903$ en (b) $\beta = 135000$	27
Figuur 14	Temporele verloop van de ruimtelijke correlatie C_{fa} voor $\beta = 0$, $\beta = 5221$ en $\beta = 8903$ bij $Q_{min} = 20 \text{ m}^3/\text{s}$	28
Figuur 15	Vergelijking tussen ruimtelijke verdeling van erodeerbaarheid f (blauw) en evenwichtsbeschikbaarheid a_{eq} (groen) bij $Q_{min} = 20 \text{ m}^3/\text{s}$	29
Figuur 16	Tijdsverloop van de hoeveelheid massa in de waterkolom (M_{susp} , a) en in de bodemlaag (M_{bed} , b) voor dynamische beschikbaarheid bij $\beta = 0$ resp $\beta = 8903$	30
Figuur 17	Ruimtelijk verloop van het transport (\mathcal{F}) voor drie verschillende tijdstippen bij (a) $\beta = 0$ (b): $\beta = 5221$	32
Figuur 18	Temporele verloop van de ruimtelijke correlatie C_{fa} voor $\beta = 0$, $\beta = 5221$ en $\beta = 8903$ bij het afvoerverloop uit 2009.	33
Figuur 19	Ruimtelijk verloop van de erodeerbaarheid f en de evenwichtsbeschikbaarheid a_{eq} voor het afvoerverloop uit 2009, ten tijde van minimale afvoer.	33
Figuur 20	Tijdsverloop van de hoeveelheid massa in de waterkolom (a) en in de sedimentlaag (M_{bed} , b) voor evenwicht en voor dynamische beschikbaarheid bij $\beta = 0$ en $\beta = 8903$	35
Figuur 21	Ruimtelijk verloop van het instantane transport (\mathcal{F}) op dagnummer 235 in 2009, wanneer de afvoer haar minimum bereikt.	36

Lijst van tabellen

Tabel 1 Parameterwaarden van het gekalibreerde Scheldemodel. 18

1 Inleiding

Dit rapport betreft de oplevering van deliverable 1.5 van WL-project 13_103 "Geïdealiseerde processtudie van systeemovergangen naar hypertroebelheid". Het beschrijft een eerste niet-lineaire extensie van het sedimentmodel dat in Brouwer *e.a.* (2022) (rapport 1.4) is beschreven. Voor verdere uitbreidingen wordt de lezer verwezen naar Schramkowski *e.a.* (2022) en Dijkstra *e.a.* (2019).

In Hoofdstuk 2 wordt kort het sedimentmodel uit rapport 1.4 samengevat. Dit model gaat uit van de morfodynamische evenwichtsvoorwaarde die door Chernetsky *e.a.* (2010), Schramkowski *e.a.* (2017a) (rapport 2.1) en Schramkowski *e.a.* (2017b) (rapport 2.2) is gebruikt. Vervolgens wordt in Hoofdstuk 3 deze aanpak uitgebreid met een dynamische beschrijving van de beschikbaarheid van het sediment. Tevens wordt hier een niet-lineair effect toegevoegd door de erodeerbaarheid niet onbepaald te laten toenemen als de beschikbaarheid groot wordt. In dit hoofdstuk wordt ook ingegaan op de evenwichtsverdelingen voor sediment die bij de nieuwe beschrijving kunnen voorkomen. Het sedimentmodel met dynamische beschikbaarheid wordt in Hoofdstuk 4 op de Schelde toegepast. In Hoofdstuk 5 worden de resultaten van het Scheldemodel samengevat.

2 Modelbeschrijving

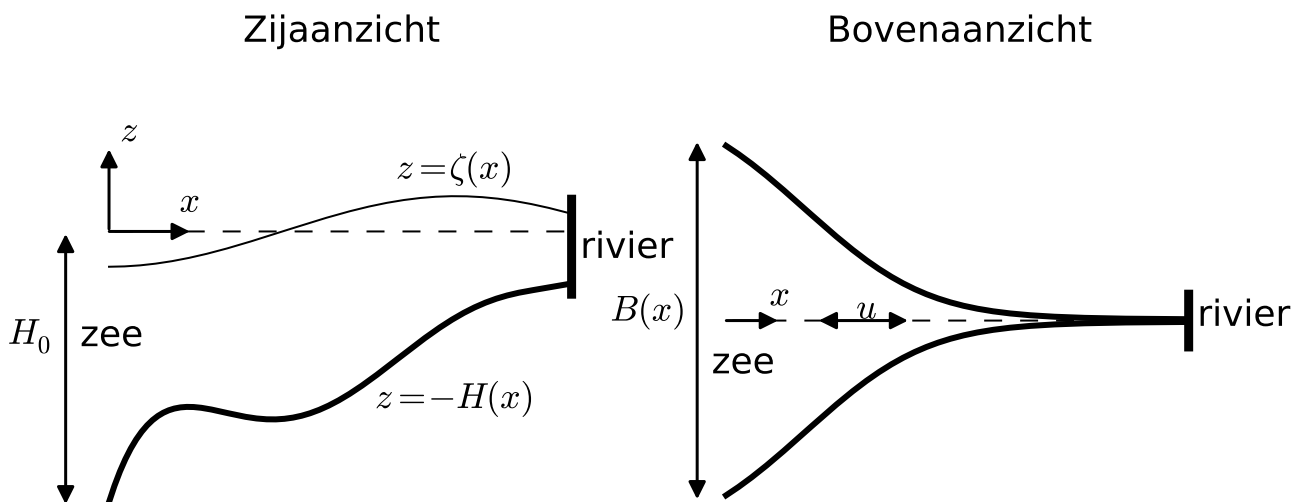
In dit hoofdstuk wordt een beschrijving gegeven van zowel het actuele hydrodynamische model als het actuele sedimenttransportmodel, die deel uitmaken van de geïdealiseerde aanpak die binnen het WL-hypertroebelheidsproject 13_103 wordt ontwikkeld. Beide beschrijvingen zijn hier redelijk beknopt: het hydrodynamische deel is uitgebreid besproken in Brouwer *e.a.* (2017) (rapport 1.3) terwijl de sedimentmodellering reeds in rapport 1.4 aan de orde is gekomen.

De modelgeometrie wordt in Sect. 2.1 kort besproken. Vervolgens wordt in Sect. 2.2 het hydrodynamische model kort beschreven en in Sect. 2.3 de sedimentmodule. Daarna worden in Sect. 2.4 de oplossingsmethode besproken terwijl in Sect. 2.5 de bepaling van de beschikbaarheid van het sediment aan de orde komt. Tot slot volgt in Sect. 2.6 een korte vooruitblik op de komende twee hoofdstukken.

2.1 Modelgeometrie

Het twee-dimensionale breedtegemiddelde (2DV) model maakt gebruik van een geschematiseerde weergave van de geometrie van een estuarium. De geometrie is die van een recht kanaal met lengte L en een variërend langsverloop van bodemdiepte $H(x)$ en breedte $B(x)$ (zie Fig. 1). Deze grootheden variëren geleidelijk op een lengteschaal vergelijkbaar met de bekkenlengte L . De zijwanden van het bekken zijn vertikaal zodat er geen getijplaten (droogval) worden meegenomen. De zeewaartse rand bevindt zich op $x = 0$ terwijl ter hoogte van de opwaartse rand ($x = L$) een stuw is gelokaliseerd die een constante afvoer Q onderhoudt. Zijrivieren worden in de huidige aanpak niet meegenomen.

Er wordt aangenomen dat de waterbeweging in het estuarium getijgedomineerd is en dat de bijdrage van de rivierafvoer relatief klein is. Bovendien worden de windeffecten verwaarloosd.



Figuur 1 – Geometrie van het getijbekken zoals gebruikt in het geïdealiseerde model. Links: zijaanzicht, rechts: bovenaanzicht.

2.2 Hydrodynamica

2.2.1 Modelvergelijkingen

Het hydrodynamische model berekent de waterstand $\zeta(x, t)$ en de horizontale en verticale stroomsnelheid ($u(x, z, t)$ resp. $w(x, z, t)$) door de breedtegemiddelde ondiepwatervergelijkingen op te lossen. Deze vergelijkingen bestaan uit een bewegingsvergelijking en een massabehoudswet, welke respectievelijk worden gegeven door

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{g}{\rho} \int_z^\zeta \frac{\partial \rho}{\partial x} dz' = \frac{\partial}{\partial z} \left(A_v \frac{\partial u}{\partial z} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial(Bu)}{\partial x} + \frac{\partial(Bw)}{\partial z} = 0. \quad (2)$$

De getijstrooming in het bekken wordt gedreven door een voorgeschreven harmonische waterstand ζ_e op de zeewaartse rand ($x = 0$). Deze forcering bevat enkel een M_2 -en M_4 -component en is gegeven door

$$\zeta_e = A_{M_2} \cos(\sigma t) + A_{M_4} \cos(2\sigma t - \varphi), \quad (3)$$

waarbij A_{M_2} , A_{M_4} , en φ respectievelijk de amplitudes van het verticale M_2 -en M_4 -getij zijn en φ hun faseverschil. De grootheid $\sigma \sim 1.4 \times 10^{-4} \text{ rad s}^{-1}$ is de cirkelfrequentie van het M_2 -getij.

Aan de opwaartse rand ($x = L$) is een stuw die een constante afvoer geeft. Hier geldt derhalve de conditie

$$\left\langle \int_{-H}^\zeta B(x) u(x = L, z, t) dz \right\rangle = -Q, \quad (4)$$

waarbij $\langle \rangle$ middeling over de getijperiode $P = 2\pi/\sigma$ voorstelt en het minteken aangeeft dat de rivierafvoer zeewaarts is gericht.

De verticale randvoorwaarden aan het wateroppervlak ($z = \zeta$) bestaan uit de kinematische conditie en de eis dat daar geen schuifspanning wordt uitgeoefend. Aan de bodem ($z = -H$) volgt de verticale snelheid uit ondoordringbaarheid terwijl de horizontale snelheid volgt uit een lineaire relatie tussen de kinematische schuifspanning en de snelheid

$$A_v \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=-H} = s_f u \Big|_{z=-H}. \quad (5)$$

Deze relatie wordt de *partial slip* randvoorwaarde genoemd. De grootheid s_f is de wrijvingsparameter en is een maat voor de hydraulische ruwheid van de bodem. De verticale viscositeit A_v is vertikaal uniform maar hangt wel af van de ruwheid s_f en de lokale bodemdpte $H(x)$ volgens Dijkstra (2022)

$$A_v = \frac{1}{2} s_f H = A_{v0} \frac{H}{H_0}, \quad (6)$$

waarbij $H_0 = H(x = 0)$ en $A_{v0} = s_f H_0 / 2$ de bodemdpte resp. de verticale viscositeit aan de ingang voorstellen. Op deze wijze is de formulering van het gebruikte turbulentiemodel dus afhankelijk geworden van één enkele parameter (s_f).

2.2.2 Zoutverdeling

De getijgemiddelde zoutverdeling wordt vooralsnog niet expliciet opgelost in het model, maar dient te worden voorgeschreven. Deze verdeling heeft de volgende functionele vorm (Talke *e.a.*, 2009; Warner *e.a.*, 2005)

$$s(x) = \frac{\hat{s}}{2} \left[1 - \tanh \left(\frac{x - x_c}{x_L} \right) \right], \quad (7)$$

waarbij \hat{s} de waarde van het zoutgehalte (in psu) is op open zee. Verder is x_c de lokatie van de maximale zoutgradiënt en is x_L de typische lengteschaal waarop de saliniteit varieert (feitelijk is het een maat voor de grootte van de zouttong). Bij gebruik van Vgl. (7) wordt aangenomen dat het estuarium vertikaal goed is doorgemengd zodat de longitudinale zoutverdeling niet van de diepte z afhangt (McCarthy, 1993).

Met het voorgeschreven zoutveld kan de gravitationele circulatie worden beschreven. De temporele variatie van het zoutveld binnen een getijcyclus wordt hiermee echter niet meegenomen. Dit betekent dat stromingen die het gevolg zijn van periodieke verticale stratificatie (Simpson *e.a.*, 1990; Jay en Musiak, 1994; Stacey *e.a.*, 2008) momenteel niet kunnen worden beschouwd.

2.3 Sedimentdynamica

2.3.1 Evolutievergelijking

Het model van Chernetsky *e.a.* (2010) berekent de sedimentconcentratie $c(x, z, t)$ in het modeldomein. Het sediment wordt verondersteld te bestaan uit niet-cohesieve fijne deeltjes met een uniforme korrelgrootte (en daarmee ook een vaste valsnelheid). Verder is aangenomen dat sediment uitsluitend als zwevend stof wordt vervoerd, er is dus geen sprake van bodemtransport. De sedimentdynamica wordt beschreven door de breedtegemiddelde concentratievergelijking

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + w \frac{\partial c}{\partial z} = w_s \frac{\partial c}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_h \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_v \frac{\partial c}{\partial z} \right) + \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} K_h \frac{\partial c}{\partial x}, \quad (8)$$

waarbij c de breedtegemiddelde sedimentconcentratie is, w_s de valsnelheid aangeeft terwijl K_h en K_v de horizontale resp. verticale diffusiviteit zijn. De verticale diffusiviteit is verder gelijk gesteld aan de verticale viscositeit A_v . De eerste term aan de linkerkant van Vgl. (8) geeft het effect van temporele settling lag: dit geeft een bijdrage aan getij-asymmetrie omdat het concentratieveld niet helemaal in fase is met de temporele variatie van opwerveling (Groen, 1967). De advection term in Vgl. (8) is een bron van getij-asymmetrie die samenhangt met de ruimtelijke variatie van het snelheidsveld (de Swart en Zimmerman, 2009; Postma, 1954). De eerste en derde term aan de rechtkant van Vgl. (8) zijn respectievelijk het effect van de valsnelheid van het sediment en het verticale transport ten gevolge van diffusie. De overige twee bijdragen geven het effect van horizontale diffusie van sediment.

De randvoorwaarden bij sedimentbalans (8) luiden dat er geen sedimenttransport door het wateroppervlak kan plaatsvinden terwijl de diffusieve (opwaartse) sedimentflux aan de bodem gelijk is aan de erosieflux E . Deze condities kunnen respectievelijk worden geschreven als

$$w_s c + K_v \frac{\partial c}{\partial z} - K_h \frac{\partial c}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0, \quad \text{op } z = \zeta, \quad (9)$$

$$K_v \frac{\partial c}{\partial z} + K_h \frac{\partial c}{\partial x} \frac{\partial H}{\partial x} = -E, \quad \text{op } z = -H. \quad (10)$$

De erosieflux E is gerelateerd aan de zogenaamde *referentieconcentratie* c_* via $E = w_s c_*$. De referentieconcentratie op haar beurt is gegeven door

$$c_*(x, t) = \rho_s \frac{|\tau_b(x, t)|}{\rho_0 g' d_s} a(x), \quad (11)$$

waarbij ρ_s en ρ_0 de dichtheden van sediment resp. water zijn. Verder is $g' = g(\rho_s - \rho_0)/\rho_0$ de gereduceerde zwaartekrachtsversnelling, d_s de korrelgrootte en $a(x)$ de beschikbaarheid van erodeerbaar sediment. De grootte $\tau_b(x, t)$ geeft tenslotte de bodemschuifspanning weer, welke is gedefinieerd als

$$\tau_b = \rho_0 A_v \frac{\partial u}{\partial z} = \rho_0 s_f u, \quad (12)$$

waarbij in de laatste stap bodemrandvoorwaarde (5) is gebruikt.

2.3.2 Rivier-rivier interactie en spatial settling lag

Hier zullen kort twee mechanismen worden besproken die in Chernetsky *e.a.* (2010) zijn verwaarloosd maar die wel in het huidige sedimentmodel zijn meegenomen: de zgn. “rivier-rivier-interactie” (RRI) en “spatial settling lag” (SSL).

RRI betreft sedimenttransport waarbij sediment enkel door de rivierstroming wordt opgewerveld en getransporteerd. Dit transport hangt dus niet af van de getijwerking. Voor de Schelde is RRI doorgaans niet belangrijk: de rivierstroming is immers zwak ten opzichte van de M_2 -snelheid. Enkel nabij de opwaartse stuw (waar de getijsnelheid nul wordt) is RRI dominant. In het algemeen is RRI relevant voor de sedimentbalans van lange estuaria waar de meer opwaartse delen niet getijgedomineerd zijn (Jalon Rojas, 2016).

Bij SSL is er sprake van netto sedimenttransport doordat de amplitude van de dominante M_2 -snelheid ruimtelijk varieert. SSL zal fijn sediment transporteren naar gebieden met lage M_2 -snelheid, waar het vervolgens kan accumuleren (de Swart en Zimmerman, 2009). In rapport 1.4 is aangetoond dat SSL essentieel bijdraagt aan het vasthouden van sediment in de Beneden Zeeschelde en de Westerschelde.

2.4 Vereenvoudigende aannames en oplossingsmethode

Eén van de sterke punten van een geïdealiseerd model is dat het relatieve belang van individuele fysische mechanismen die een rol spelen bij waterbeweging en sedimenttransport kan worden vastgesteld. Hiertoe worden de volledige modelvergelijkingen vervangen door een benaderde beschrijving door gebruik te maken van schalingsanalyse (voor details, zie rapport 1.3). Door schaling kan de sterkte van individuele bijdragen aan de vergelijkingen worden gekwantificeerd. In het onderhavige geval gebeurt dit aan de hand van de parameter ϵ , gedefiniëerd als

$$\epsilon = \frac{A_{M_2}}{H_0}, \quad (13)$$

waarbij H_0 de bodemdiepte is aan de zeewaartse rand. Een belangrijke aanname is dat de amplitude van het verticale getij klein is ten opzichte van de bodemdiepte zodat $\epsilon \ll 1$. Tevens wordt aangenomen dat het externe M_4 -getij zwak is: $A_{M_4}/A_{M_2} \sim \epsilon$. Deze aannames geven een sterke vereenvoudiging van de wiskundige beschrijving, omdat ϵ de sterkte van niet-lineaire termen aangeeft: de vergelijkingen worden door schaling zwak niet-lineair en daardoor eenvoudiger oplosbaar.

De aldus verkregen vergelijkingen kunnen benaderend worden opgelost door de waterstand, snelheid en sedimentconcentratie te schrijven als een machtsreeks in de kleine parameter ϵ . Invulling van deze benaderingen in de vereenvoudigde modelvergelijkingen geeft afzonderlijke vergelijkingen voor elke macht van ϵ , beginnend bij $\epsilon^0 = 1$. Door oplossing van deze vergelijkingen vindt men voor de waterbeweging achtereenvolgens op $O(1)$ het lineaire M_2 -getij terwijl de vergelijkingen voor $O(\epsilon)$ de bijdragen voor het M_4 -getij en de reststroming geven. Zodoende kunnen de horizontale stroomsnelheid en de waterstand bij benadering worden geschreven als (zie rapporten 1.3 en 1.4)

$$u = u_{M_2} + \langle u \rangle + u_{M_4}, \quad (14)$$

$$\zeta = \zeta_{M_2} + \langle \zeta \rangle + \zeta_{M_4}, \quad (15)$$

waarbij de subindex de getijcomponent aangeeft en $\langle \cdot \rangle$ tijdsmiddeling over een M_2 -getijperiode betekent. De getijbeweging wordt dus gedomineerd door het M_2 -getij terwijl de M_4 -en restbijdragen een relatieve grootte $\sim \epsilon$ hebben.

Analoog aan het hydrodynamische model (zie rapport 1.3) wordt de sedimentconcentratie gevonden door gebruik te maken van een perturbatieve oplossingsmethode, waarbij de sedimentconcentratie c wordt weergegeven als een machtsreeks in ϵ . Het blijkt dan dat de oplossing van de sedimentconcentratie c met $O(1)$ en $O(\epsilon)$ -bijdragen kan worden geschreven als (zie rapport 1.4)

$$c = \langle c \rangle + c_{M_4} + c_{M_2}, \quad (16)$$

Het M_2 -gedeelte van de sedimentconcentratie (c_{M_2}) is nu juist klein (dwz. $O(\epsilon)$) vergeleken met de residuele -en M_4 -bijdragen ($\langle c \rangle$ resp. c_{M_4}) die beiden $O(1)$ -grootheden zijn. De sedimentverdeling hangt echter nog van de beschikbaarheid $a(x)$ af. Meer specifiek geldt dat de sedimentconcentratie kan worden geschreven als

$$c = a\hat{c}^a + \frac{da}{dx}\hat{c}^{ax}, \quad (17)$$

waarbij

$$\begin{aligned} \hat{c}^a &= \langle \hat{c} \rangle + \hat{c}_{M_4} + \hat{c}_{M_2}^a \\ \hat{c}^{ax} &= \hat{c}_{M_2}^{ax}. \end{aligned}$$

De rest -en M_4 -bijdragen schalen dus met de beschikbaarheid, terwijl de M_2 -component zowel door de beschikbaarheid als haar gradiënt wordt bepaald. Deze afhankelijkheid van M_2 is een direct gevolg van het meenemen van SSL. Met de hierboven besproken modelvergelijkingen en hun vereenvoudigingen worden feitelijk $\langle \hat{c} \rangle$, \hat{c}_{M_4} , $\hat{c}_{M_2}^a$ en $\hat{c}_{M_2}^{ax}$ opgelost. Om de sedimentconcentratie c te verkrijgen dient dan enkel nog de beschikbaarheid $a(x)$ te worden bepaald.

2.5 Bepaling van de beschikbaarheid van het sediment

In navolging van Friedrichs *e.a.* (1998) wordt aangenomen dat de totale hoeveelheid sediment in het estuarium varieert op een tijdschaal die veel langer is dan de typische tijd waarop erodeerbaar sediment longitudinaal kan worden herverdeeld. In dat geval zal de sedimentverdeling zich instellen volgens een evenwicht waarbij voor een constante rivierafvoer het temporele gedrag enkel uit harmonische componenten zal bestaan. In het bijzonder betekent dit dat er lokaal geen netto toe -of afname van de sedimentconcentratie kan voorkomen. Dit impliceert weer dat het getijgemiddelde sedimenttransport overall divergentievrij dient te zijn of, equivalent daaraan, dat overall in het bekken een netto balans is tussen erosie en depositie. Omdat dit weer aangeeft dat de bodem niet zal veranderen wordt dit ook wel de *morfyndynamische evenwichtsconditie* genoemd. Indien tot slot wordt aangenomen dat er geen sedimentimport plaatsvindt via de stuw dan kan de morfyndynamische evenwichtsconditie worden geschreven als (zie Chernetsky, 2012, voor een gedetailleerde afleiding)

$$\left\langle \int_{-H}^{\zeta} \left(uc - K_h \frac{\partial c}{\partial x} \right) dz \right\rangle = 0. \quad (18)$$

Aangezien c aan $a(x)$ gerelateerd is middels Vgl. (17) kan met deze voorwaarde op basis van de inmiddels gekende oplossing voor $\{\langle \hat{c} \rangle, \hat{c}_{M_4}, \hat{c}_{M_2}^a, \hat{c}_{M_2}^{ax}\}$ een vergelijking voor de beschikbaarheid $a(x)$ worden afgeleid. Deze vergelijking is van de volgende vorm

$$F \frac{da}{dx} + Ta = 0, \quad (19)$$

waarbij

$$F = \left\langle \int_{-H}^0 \left[-K_h \hat{c} + u \hat{c}_{M_2}^{ax} \right] dz \right\rangle, \quad (20)$$

$$T = \left\langle \int_{-H}^0 \left(u \hat{c}^a - K_h \frac{\partial \hat{c}}{\partial x} \right) dz \right\rangle. \quad (21)$$

De oplossing van Eq. (19) voor $a(x)$ luidt

$$a(x) = A \exp \left[- \int_0^x \frac{T}{F} dx' \right]. \quad (22)$$

Vanwege RRI geldt dat $F(x)$ overal negatief is zodat $a(x)$ in het gehele domein positief is. De integratieconstante A is bepaald als de domeingemiddelde beschikbaarheid a_* , gedefiniëerd als

$$\frac{\int_0^L B(x)a(x)dx}{\int_0^L B(x)dx} = a_*, \quad (23)$$

is vastgelegd. Merk op dat binnen het huidige model a_* feitelijk een parameter is die niet intern wordt opgelost. Sedimentverdelingen zijn dus eigenlijk bepaald tot op een multiplicatieve factor A die van a_* afhangt. De parameter a_* wordt in de praktijk bepaald door calibratie op een waargenomen sedimentverdeling. Anders gezegd: het huidige model is met name geschikt om uitspraken te doen over de ruimtelijke verdeling van sediment, en minder over de feitelijk optredende sedimentconcentraties.

2.6 Vooruitblik

In het voorgaande is kort de opbouw van het sedimentmodel uit rapport 1.4 besproken. De sedimentverdeling is hierbij op cruciale wijze afhankelijk van de beschikbaarheid $a(x)$, die echter onder de strikte voorwaarde van morfodynamisch evenwicht bepaald wordt, en dan nog enkel qua verloop en niet qua grootte. In het volgende hoofdstuk worden de bezwaren tegen deze aanpak explicieter gemaakt en zal ook worden besproken op welke wijze tot een meer bevredigende beschrijving van de sedimentbeschikbaarheid kan worden gekomen. Deze beschrijving wordt vervolgens in hoofdstuk 4 toegepast op het geïdealiseerde model voor de Schelde.

3 Formulering van dynamische erodeerbaarheid

3.1 Tekortkomingen van de morfodynamische evenwichtsconditie

De in hoofdstuk 2 genoemde aanname van morfodynamisch evenwicht gaat ervan uit dat het totale getijgemiddelde sedimenttransport \mathcal{F} overall in het getijbekken nul is. Deze aanname kent een drietal problemen. Allereerst is niet duidelijk dat het morfodynamische evenwicht ook kan voorkomen. Een evenwicht kan immers enkel bestaan indien het *stabiel* is. In dit geval betekent stabiliteit dat het evenwicht zichzelf weer instelt als er kleine verstoringen in de beschikbaarheid optreden. Dit is tot dusverre nog niet aangetoond. Daarnaast wordt ervan uitgegaan dat veranderingen in de systeemforceringen (getij en sediment op de zee-rand, rivierafvoer) dermate langzaam plaatsvinden zodat de sedimentverdeling zich min of meer instantaan aan conditie (18) kan aanpassen. Dit is niet vanzelfsprekend. In Hoofdstuk 4 zal blijken dat dit met name voor variabele rivierafvoer niet zondermeer correct is.

Tot slot leidt de de aanname van morfodynamisch evenwicht vaak tot veel te hoge SPM-waarden in het getijbekken, zeker bij lage rivierafvoeren. Men kan dit verhelpen door de totale hoeveelheid beschikbare sediment (a_*) te tunen maar dit leidt dan tot een onderschatting van de sedimentconcentratie op de zee-rand. Er ontbreekt dus een beschrijving waarbij de sedimentconcentratie in het bekken niet willekeurig hoog kan worden. Hieronder zal worden aangegeven hoe deze problemen door het gebruik van dynamische erodeerbaarheid zijn opgelost, en op welke wijze dit relateert aan de evenwichtsaanpak die eerder is gebruikt. Concreet zullen de eerste twee problemen worden verholpen door een dynamische massabalans voor de erodeerbare sedimentlaag op de bodem te gebruiken, terwijl het probleem van onrealistisch hoge SPM-waarden wordt opgelost door er rekening mee te houden dat de erosie van sediment bij hoge beschikbaarheid begrensd is.

3.2 Massabalans van de bodemlaag

Er wordt aangenomen dat er een erodeerbare sedimentlaag aanwezig is bovenop een harde, niet-erodeerbare bodem. De dikte h_{bed} van deze bodemlaag evolueert op basis van de breedte-geïntegreerde Exnervergelijking als

$$\rho_s(1-p)B \frac{\partial h_{\text{bed}}}{\partial t} = -\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x}, \quad (24)$$

waarbij p de porositeit van het sediment voorstelt. Er wordt aangenomen dat de bodemlaag zich ontwikkelt op de subtidale tijdschaal die lang is vergeleken met de periode van het M_2 -getij¹. Vervolgens wordt de dikte van sedimentlaag gerelateerd aan de beschikbaarheid $a(x, t)$ van het sediment via de relatie

$$h_{\text{bed}}(x, t) = a(x, t)H_0. \quad (25)$$

zodat de beschikbaarheid feitelijk een maat is voor de lokale dikte van de erodeerbare bodemlaag. Vergelijking (24) kan dan worden geschreven als

$$\frac{\partial a}{\partial t} = -\frac{\Gamma}{B} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x}, \quad (26)$$

met $\Gamma = 1/[\rho_s(1-p)H_0]$. Bij de aanname van morfodynamisch evenwicht wordt a priori \mathcal{F} nul verondersteld en dan volgt inderdaad dat de dikte van de bodemlaag onveranderlijk is op de subtidale tijdschaal ($\partial a / \partial t = 0$). Echter, in het algemeen is deze a priori aanname niet te rechtvaardigen en is het niet zondermeer gegarandeerd dat het morfodynamische evenwicht ook echt zal voorkomen. Tevens is het dan niet zo dat de totale massa

¹Het begrip “subtidaal” verwijst hier naar een lagere frequentie dan de getijfrequentie, en dus een langere tijdschaal.

M_{bed} in de sedimentlaag, welke is gegeven door

$$M_{\text{bed}}(t) = \rho_s(1-p)H_0 \int_0^L B(x)a(x,t) dx, \quad (27)$$

een behouden grootheid is. Met andere woorden: de dynamische beschrijving van beschikbaarheid zoals beschreven in Vgl. (26) laat expliciet netto uitwisseling van sediment over de zeerand toe.

3.3 Dynamische erodeerbaarheid

Zoals in Sect. 3.1 aangegeven is het gebruik van morfodynamisch evenwicht in combinatie met een voorgescreven sedimentconcentratie op de rand problematisch omdat dit aanleiding kan geven tot onrealistisch hoge concentraties in het interieur van het estuarium. Dit verschijnsel komt voort uit het feit dat de erosiefunctie linear schaalt met de beschikbaarheid (zie Vgl. 11). Als er meer sediment op de bodem ligt, wordt er dus navenant ook meer opgewerveld. Dit is echter niet realistisch: bij almaar toenemende dikte van de sedimentlaag h_{bed} is de verwachting immers dat niet al het sediment in de laag ook beschikbaar is voor erosie. Dit kan worden weergegeven door in Vgl. (11) niet gebruik te maken van de beschikbaarheid maar van de erodeerbaarheid f . Deze erodeerbaarheid is enkel gerelateerd aan de beschikbaarheid a en voldoet aan de volgende eisen:

1. de erodeerbaarheid neemt toe met de beschikbaarheid: $df/da > 0$
2. bij lage beschikbaarheid is de erodeerbaarheid gelijk aan de beschikbaarheid: $f \rightarrow a$ als $a \rightarrow 0$.
3. bij hoge beschikbaarheid blijft de erodeerbaarheid eindig:

$$\lim_{a \rightarrow \infty} f(a) = \frac{1}{\beta}.$$

4. voor $\beta \rightarrow 0$ is de erodeerbaarheid niet begrensd en geldt $f(a) = a$.

Conditie 1 is, zoals zal blijken, belangrijk voor de stabiliteit van het morfodynamische evenwicht (indien dit optreedt). Tevens garandeert deze eis dat de relatie tussen $f(a)$ en a voor eindige a altijd inverteerbaar is. Conditie 2 en 4 garanderen dat bij lage beschikbaarheid of oneindige erodeerbaarheid het morfodynamische evenwicht opnieuw kan voorkomen. Voorwaarden 1,2 en 4 geven dus consistentie met de resultaten van het sedimentmodel van Chernetsky *e.a.* (2010) en rapport 1.4. Conditie 3 beperkt de opwerveling van sediment bij hoge beschikbaarheid en zorgt er zodoende voor dat de optredende SPM-concentraties begrensd blijven. Een en ander wordt bepaald door de parameter β die de capping parameter wordt genoemd: deze parameter speelt feitelijk de rol die a_* heeft bij de morfodynamische evenwichtsaanpak.

Er is - afgezien van bovenstaande vier eisen - geen eenduidige functie $f(a)$ die vanuit verdere overwegingen kan worden gevonden. Hierna zal gebruik worden gemaakt van het volgende functionele verband

$$f(a) = \frac{a}{1 + \beta a}. \quad (28)$$

Omdat de erodeerbaarheid enkel van de beschikbaarheid afhangt zal deze ook uitsluitend op de lange, subtidaal tijdschaal evolueren. De grootheid f is daarom doorheen een getijcyclus effectief constant.

Op dit punt is het van belang om de begrippen *beschikbaarheidsgelimiteerde* condities en *erosiegelimiteerde* (EG) condities te introduceren. Beschikbaarheidsgelimiteerde condities treden op als de bodemlaag relatief dun is zodat de erodeerbaarheid wordt bepaald door de hoeveelheid erodeerbaar sediment op de bodem. De erodeerbaarheid f is dan significant lager is dan de maximale waarde $f_{\text{EG}} = 1/\beta$. Merk op dat voor $\beta = 0$ er altijd sprake is van beschikbaarheidsgelimiteerde omstandigheden. Naarmate de bodemlaag dikker is zal de hoeveelheid sediment op de bodem echter steeds minder een beperkende factor zijn voor de erodeerbaarheid. Bij een voldoende dikte sedimentlaag zal erosie plaatsvinden tegen de maximale flux die mogelijk is

bij de gegeven lokale hydraulische omstandigheden. Er geldt dan dat f nagenoeg gelijk is aan haar maximale waarde $f_{EG} = 1/\beta$, en in dit geval spreekt men van erosiegelimiteerde condities. In het algemeen geldt dat het bestaan van erosiegelimiteerde omstandigheden waarschijnlijker is naarmate de capping parameter β groter is. In de literatuur worden beschikbaarheidsgelimiteerde en erosiegelimiteerde condities ook wel type I resp. type II erosie genoemd. In het algemeen kunnen in een estuarium zowel beschikbaarheidsgelimiteerde als erosiegelimiteerde gebieden naast elkaar voorkomen.

3.4 Wiskundige bepaling van de erodeerbaarheid

Het gebruik van de erodeerbaarheid in de opwerveling betekent dat de sedimentverdeling $c(x, z, t)$ en het sedimenttransport $\mathcal{F}(x, t)$ nu respectievelijk worden gegeven door

$$c = f\hat{c}^a + \frac{\partial f}{\partial x}\hat{c}^{ax}, \quad (29)$$

$$\mathcal{F} = BTf + BF\frac{\partial f}{\partial x}, \quad (30)$$

waarbij \hat{c}^{ax} wederom enkel een M_2 -component heeft. Merk op dat $\langle c \rangle = f\langle \hat{c}^a \rangle$ aangezien $f(x, t)$ effectief constant is gedurende een getijcyclus. De dynamische beschikbaarheid uit zich bij de sedimentconcentratie en het transport dus uitsluitend door het vervangen van $a(x)$ door $f(x, t)$. Het verschil met de aanpak in Chernetsky *e.a.* (2010) en rapport 1.4 zit in het feit dat nu zowel de beschikbaarheid als de erodeerbaarheid dienen te worden bepaald, en dat beiden variëren op de subtidale tijdschaal. Dit vergt twee relaties voor $a(x, t)$ en $f(x, t)$.

De eerste relatie is de tijdsevolutie van de beschikbaarheid (Vgl. 26) die vanwege (30) gerelateerd is aan de erodeerbaarheid $f(x, t)$ volgens

$$\frac{\partial a}{\partial t} = -\frac{\Gamma}{B} \frac{\partial}{\partial x} \left[BTf + BF\frac{\partial f}{\partial x} \right]. \quad (31)$$

Het tweede verband tussen $f(x, t)$ en $a(x, t)$ is de algebraïsche betrekking (28). Hiermee is het gedrag van beide grootheden vastgelegd als begin -en randvoorwaarden zijn voorgeschreven.

Aan de opwaartse rand ($x = L$) wordt als voorheen aangenomen dat er geen netto sedimenttransport is ($\mathcal{F} = 0$), derhalve geldt

$$\left[Tf + F\frac{\partial f}{\partial x} \right]_{x=L} = 0. \quad (32)$$

Aan de zeerand wordt de getij -en dieptegemiddelde concentratie $\langle \bar{c} \rangle$ voorgeschreven. Hiermee wordt met Vgl. (29) de erodeerbaarheid gespecificeerd via

$$f(x=0) = \frac{\langle \bar{c} \rangle}{\langle \hat{c}^a \rangle} \equiv f_{sea}. \quad (33)$$

Als beginvoorwaarde wordt meestal een eenvoudig verloop van $f(x)$ voorgeschreven dat aan randvoorwaarden (32) en (33) voldoet en overall beschikbaarheidsgelimiteerd is ($f < f_{EG}$). Een voorbeeld hiervan is

$$f(x, t=0) = f_{sea} \left[1 - \frac{x}{L} \right]^2.$$

Hieronder zal blijken dat er binnen de dynamische formulering van erodeerbaarheid twee soorten evenwichten kunnen voorkomen, waarbij “evenwicht” is gedefinieerd als een getijgemiddelde sedimentverdeling $\langle c \rangle$ die niet varieert op langere tijdschaal. Deze evenwichten impliceren een tijdsafhankelijke verdeling van de erodeerbaarheid $f(x, t) = f(x)$ maar niet noodzakelijkwijze een stationaire beschikbaarheid.

3.5 Sedimentbalans onder beschikbaarheidsgelimeerde condities

3.5.1 Morfodynamisch evenwicht

Uit Vgl. (31) volgt dat binnen de beschrijving met dynamische erodeerbaarheid het morfodynamische evenwicht ($\partial a / \partial t = 0$) overeenkomt met een erodeerbaarheid $f_{\text{eq}}(x)$ die voldoet aan

$$\frac{d}{dx} \left[BT f_{\text{eq}} + BF \frac{df_{\text{eq}}}{dx} \right] = 0. \quad (34)$$

Hierbij dient te worden aangenomen dat de functies T en F niet van de tijd afhangen. Met randvoorwaarden (32) en (33) geeft dit

$$f_{\text{eq}}(x) = f_{\text{sea}} \exp \left(- \int_0^x \frac{T(x')}{F(x')} dx' \right),$$

hetgeen analoog is aan de oplossing voor de beschikbaarheid, zie Sect. 2.5. Deze oplossing is enkel geldig onder beschikbaarheidsgelimeerde omstandigheden, dat wil zeggen:

$$\max_{0 < x < L} f_{\text{eq}}(x) < \frac{1}{\beta}.$$

3.5.2 Stabiliteit

Er zal hieronder worden aangetoond dat het morfodynamische evenwicht f_{eq} een stabiele oplossing is, dat wil zeggen: als we een kleine verstoring van deze oplossing beschouwen dan blijkt deze in de loop van de tijd *altijd* uit te dempen. Beschouw hiertoe de volgende verstoorte oplossing van Vgl. (31)

$$f(x, t) = f_{\text{eq}}(x) + f'(x, t).$$

Voor de bijbehorende verstoring a' van de beschikbaarheid geldt

$$a' = \left(\frac{da}{df} \right)_{f=f_{\text{eq}}} f'.$$

Merk op dat da/df positief is vanwege conditie 1 uit Sect. 3.3. We vinden zo voor elke willekeurige, maar kleine verstoring f' de volgende evolutievergelijking:

$$B \left(\frac{da}{df} \right)_{f=f_{\text{eq}}} \frac{\partial f'}{\partial t} = -\Gamma \frac{\partial}{\partial x} \left[BT f' + BF \frac{\partial f'}{\partial x} \right] = -\Gamma \frac{\partial}{\partial x} \left[BF f_{\text{eq}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{f'}{f_{\text{eq}}} \right) \right]. \quad (35)$$

In de laatste stap is conditie (34) gebruikt. De verstoorte randvoorwaarden (zie Vgln. 32 en 33) luiden

$$\left[T f' + F \frac{\partial f'}{\partial x} \right]_{x=L} = 0, \quad (36)$$

$$f'(x=0) = 0. \quad (37)$$

Indien we nu Vgl. (35) vermenigvuldigen met f'/f_{eq} en vervolgens integreren tussen $x = 0$ en $x = L$ dan vinden we met partiële integratie en met behulp van (36) en (37) de volgende relatie

$$\frac{dI}{dt} = \Gamma \int_0^L B(x') F(x') f_{\text{eq}}(x') \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{f'}{f_{\text{eq}}} \right) \right]^2 dx', \quad (38)$$

waarbij

$$I(t) = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{B}{f_{\text{eq}}} \left(\frac{da}{df} \right)_{f=f_{\text{eq}}} (f')^2 dx'.$$

Nu is $I(t)$ een functie van de tijd die altijd positief is tenzij f' overal nul is, in welk geval ook I nul is. Tevens geldt dat $F(x)$ altijd negatief is (zie Sect. 2.5) zodat de rechterkant van Vgl. (38) altijd negatief is, behalve wederom als f' identiek nul is. Zodoende volgt uit Vgl. (38) dat $dI/dt < 0$ hetgeen betekent dat $f' \rightarrow 0$. Elke kleine verstoring van f_{eq} zal dus uitdempen, het morfodynamische evenwicht is derhalve stabiel. Overigens is nergens expliciet relatie (28) gebruikt; de stabiliteit is dus aangetoond voor alle formuleringen die aan de in Sect. 3.3 genoemde condities voldoen.

De stabiliteit van f_{eq} impliceert ook de stabiliteit van a_{eq} aangezien de relatie $f(a)$ inverteerbaar is. De stabiliteit van het morfodynamische evenwicht is een belangrijk resultaat. Immers, evenwichten kunnen enkel optreden als ze stabiel zijn. Dit betekent dat de evenwichten in Chernetsky *e.a.* (2010) en rapporten 2.1, 2.2 en 1.4 die eerder a priori waren aangenomen dus inderdaad kunnen voorkomen.

3.5.3 De aanpassingstijdschaal

Het morfodynamische evenwicht zal zich instellen indien de forceringen (getij en getijconcentratie op de zee-rand, rivierafvoer) constant zijn. Of dit evenwicht ook zal optreden bij variabele forcering is niet a priori duidelijk. Belangrijk is de *tijdschaal* waarop een evenwicht zich kan instellen en de verhouding van deze tijdschaal tot de snelheid waarmee de forceringen variëren. Deze aanpassingstijdschaal kan voor gegeven tijdsafhankelijke $T(x)$ en $F(x)$ worden bepaald uit de vergelijkingen (35), (36) en (37) voor de lineaire stabiliteitsanalyse. Om dit verder te onderzoeken schrijven we de verstoring $f'(x, t)$ als

$$f'(x, t) = \exp(-\mu t) \hat{f}_\mu(x). \quad (39)$$

We vinden dan dat Vgl. (35) er als volgt uitziet:

$$-\mu B \left(\frac{da}{df} \right)_{f=f_{\text{eq}}} \hat{f}_\mu = -\Gamma \frac{\partial}{\partial x} \left[BF f_{\text{eq}} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\hat{f}_\mu}{f_{\text{eq}}} \right) \right], \quad (40)$$

waarbij $\hat{f}(x)$ aan randvoorwaarden (36) en (37) moet voldoen. Vergelijking (40) is een Sturm-Liouville eigenwaardeprobleem. Dat betekent dat er oneindig veel eigenwaarden μ (en bijbehorende eigenfuncties $\hat{f}_\mu(x)$) bestaan die aan Vgl. (40), (36) en (37) voldoen. De eigenfuncties vormen een volledige basis, dat wil zeggen dat elke willekeurige verstoring $f'(x, t)$ een superpositie is van deze eigenfuncties. Bovendien zijn de eigenwaarden reëel en kunnen zij geordend worden als

$$\mu_1 < \mu_2 < \mu_3 < \dots \dots \quad (41)$$

Er is dus een kleinste eigenwaarde en omdat het evenwicht stabiel is voor elke verstoring moet μ_1 positief zijn. Als dat niet zo zou zijn, dan is de verstoring $f'(x, t = 0) = \hat{f}_{\mu_1}(x)$ niet gedempt, hetgeen in tegenspraak is met de in Sect. 3.5.2 aangetoonde stabiliteit.

Elke eigenfunctie dempt dus temporeel uit $\sim \exp(-\mu t)$. Uit Vgl. (41) volgt dan dat de eerste eigenfunctie \hat{f}_{μ_1} trager uitdempt dan alle andere. Dit betekent dat deze eigenmode het tijdsverloop naar morfodynamische evenwicht zal domineren. De inverse van μ_1 kan dan gezien worden als de tijdschaal waarop morfodynamisch evenwicht bereikt wordt, de zogenaamde *aanpassingstijdschaal* T_{adapt} . Er geldt dus dat

$$T_{\text{adapt}} = \frac{1}{\mu_1}. \quad (42)$$

Zij nu T_{forc} de tijdschaal waarop externe forceringen veranderen, dan zal bij $T_{\text{adapt}} \ll T_{\text{forc}}$ het systeem zich min of meer instantaan kunnen aanpassen en zal het morfodynamische evenwicht zich dus kunnen instellen. Voor $T_{\text{adapt}} \gg T_{\text{forc}}$ daarentegen zal de forcering sneller veranderen dan dat het morfodynamische evenwicht zich kan instellen. In dat geval zal het morfodynamische evenwicht dus niet voorkomen.

3.6 Sedimentbalans onder erosiegelimiteerde condities

3.6.1 Evenwicht

Indien we de sedimentbalans in bodemlaag (Vgl. 31) combineren met de relatie $f(a)$ dan volgt de volgende vergelijking voor de erodeerbaarheid $f(x, t)$:

$$B \frac{\partial f}{\partial t} = -\Gamma \frac{df}{da} \frac{\partial}{\partial x} \left[BTf + BF \frac{\partial f}{\partial x} \right]. \quad (43)$$

waarbij df/da altijd uit te drukken is in f aangezien de relatie $f(a)$ inverteerbaar is. De erodeerbaarheid kent twee statische evenwichten ($\partial f/\partial t = 0$) die beide overeenkomen met een statische getijgemiddelde sedimentconcentratie. Het eerste is wederom het morfodynamische evenwicht f_{eq} (waarvoor $\mathcal{F} = 0$) dat hiervoor is behandeld. Het tweede evenwicht treedt op als df/da nul wordt. Vanwege condities 1 en 3 uit Sect. 3.3 vereist dit strikt genomen een oneindige beschikbaarheid $a(x)$ zodat

$$f = f_{EG} = \frac{1}{\beta}. \quad (44)$$

Het zal echter blijken dat resultaten voor erosiegelimiteerde condities al bij eindige beschikbaarheid kunnen voorkomen vermits $1 - \beta f$ voldoende klein is.

3.6.2 Stabiliteit

Om de stabiliteit van het erosiegelimiteerde evenwicht te onderzoeken wordt gemakshalve aangenomen dat de erodeerbaarheid overal gelijk is aan f_{EG} . Merk op dat deze aanname vanwege de randvoorwaarde aan de landwaartse zijde (Vgl. 36) niet nabij de opwaartse stuw geldig kan zijn. Beschouw nu de verstoorde erodeerbaarheidsverdeling

$$f = f_{EG} - f',$$

waarbij de kleine verstoring $f'(x, t)$ nooit negatief kan zijn aangezien de erodeerbaarheid niet groter kan zijn dan $1/\beta$. Indien we nu gebruik maken van (28) dan volgt dat de verstoring voldoet aan

$$B \frac{\partial f'}{\partial t} = \Gamma \frac{(f')^2}{\beta} \frac{d}{dx}(BT).$$

Het erosiegelimiteerde evenwicht is dus stabiel ($\partial f'/\partial t < 0$) indien

$$\frac{d}{dx}(BT) < 0. \quad (45)$$

Dus enkel in gebieden waar aan conditie (45) is voldaan zal erosiegelimiteerdheid kunnen optreden. Dit zijn de gebieden waar sediment zich zal ophopen indien de erodeerbaarheid ruimtelijk niet varieert. Merk op dat (45) een *noodzakelijke* conditie is voor het optreden van erosiegelimiteerde condities: het is dus niet gegarandeerd dat deze zich dan ook zullen voordoen. Hiervoor dient in de praktijk de grootte $1 - \beta f$ voldoende klein te worden.

Tot slot zij ook opgemerkt dat voorwaarde (45) louter afhangt van de hydrodynamica (niet van de sedimentverdeling) zodat gebieden waar erosiegelimiteerdheid potentiëel kan optreden al op basis van de waterbeweging kunnen worden geïdentificeerd.

3.6.3 Evolutie van de beschikbaarheid

Bij erosiegelimiteerdheid geldt $f = f_{EG} = 1/\beta$ en hieruit volgt met Vgl. (31) dat de beschikbaarheid $a(x, t)$ onder erosiegelimiteerde condities zal voldoen aan

$$\frac{\partial a}{\partial t} = -\frac{\Gamma}{B\beta} \frac{\partial}{\partial x}(BT).$$

In gebieden waar erosiegelimiteerdheid optreedt neemt de dikte van de sedimentlaag dus toe in de tijd, voor een tijdsafhankelijke transport functie $T(x)$ is deze groei lineair. De sedimentconcentratie in de waterkolom neemt echter niet toe: immers, deze schaal met f en is dus begrensd. Deze situatie kan dus enkel voorkomen indien er sediment van buitenaf wordt geïmporteerd.

3.7 Sedimentbalans onder hybride evenwichtscondities

In deze sectie zal worden besproken hoe de sedimentbalans in een estuarium eruit ziet als a priori wordt aangenomen dat er sprake is van een evenwichtssituatie. Uit de analyses in Secties 3.5 en 3.6 volgt dat de evenwichtssedimentverdeling in een getijbekken in principe twee componenten kent. Allereerst is er het morfodynamische evenwicht waarbij \mathcal{F} nul is en de beschikbaarheid en erodeerbaarheid eindig en statisch zijn. In het bijzonder is de dikte van de bodemlaag h_{bed} hier onveranderlijk. Dit is kenmerkend voor beschikbaarheidsgelimitereerde gebieden. Daarnaast zijn er locaties waar de erosieflux (nagenoeg) gelijk is aan de maximale waarde die door de hydraulica wordt bepaald. Dit zijn erosiegelimiteerde gebieden waar morfodynamisch evenwicht niet mogelijk is. In deze delen van het estuarium is de erodeerbaarheid (en daarmee de concentratie in de waterkolom) begrensd maar groeit de sedimentlaag gestaag aan.

Op de locaties die beide soorten gebieden scheiden geldt dat het sedimenttransport \mathcal{F} continu moet zijn. Dit kan als volgt worden ingezien. Zij x_* zo'n locatie en beschouw het gebied tussen $x_* - \delta$ en $x_* + \delta$. Integratie van Vgl. (26) over dit gebied geeft

$$\int_{x_* - \delta}^{x_* + \delta} B \frac{\partial a}{\partial t} dx' = -\Gamma \mathcal{F}|_{x_* - \delta}^{x_* + \delta}.$$

Omdat nu $\partial a/\partial t$ altijd begrensd is zal de integraal links naar nul gaan voor de limiet $\delta \rightarrow 0$, waarmee uit de rechterkant automatisch continuïteit volgt: $\mathcal{F}(x \uparrow x_*) = \mathcal{F}(x \downarrow x_*)$.

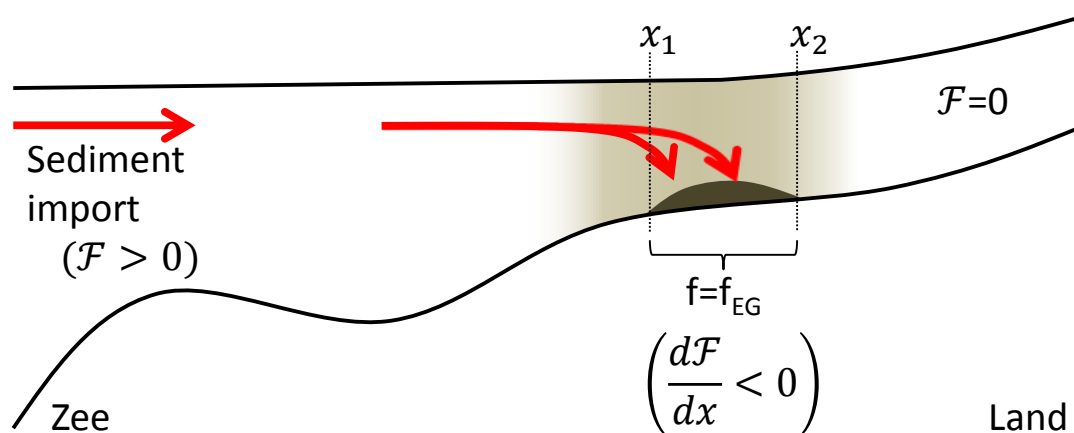
3.7.1 Getijbekken met één erosiegelimiteerd gebied

Stel nu dat er sprake van een situatie waarbij er in één gebied tussen x_1 en x_2 erosiegelimiteerdheid optreedt (zie Fig. 2). Opwaarts van dit gebied geldt de morfodynamische evenwichtsvoorwaarde en is het transport \mathcal{F} dus nul. In het erosiegelimiteerde gebied ($x_1 < x < x_2$) geldt dat $f \approx 1/\beta$ zodat het transport hier wordt gegeven door

$$\mathcal{F}(x) = \mathcal{F}(L) - \int_x^L \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x'} dx' = \mathcal{F}(L) - \frac{1}{\beta} \int_x^{x_2} \frac{d(BT)}{dx'} dx' = \frac{B(x)T(x)}{\beta}, \quad (46)$$

waarbij is gebruikt dat $\mathcal{F}(x_2) = 0$ vanwege continuïteit. Uit conditie (45) volgt dat $\mathcal{F}(x) > 0$ en dus in het erosiegelimiteerde gebied in afwaartse richting toeneemt. Op $x = x_1$ geldt derhalve $\mathcal{F}(x_1) = B(x_1)T(x_1)/\beta$ en dit opwaartse transport is nodig om in de totale aangroei van de sedimentlaag te voorzien. De hoeveelheid gesuspendeerd materiaal in het erosiegelimiteerde gebied neemt immers niet toe.

Afwaarts van $x = x_1$ geldt weer het morfodynamische evenwicht $\partial \mathcal{F}/\partial x = 0$ dat nu dus impliceert dat $\mathcal{F} = B(x_1)T(x_1)/\beta$ constant is maar niet nul. Hieruit volgt dat er op de zeerand sediment wordt geïmporteerd om de toename van de sedimentlaagdikte in het erosiegelimiteerde gebied te compenseren.



Figuur 2 – Sedimentbalans voor een estuarium met één erosiegelimiteerd gebied. Voor verdere toelichting zie de hoofdstekst.

3.7.2 Uitbreiding naar meerdere erosiegelimiteerde gebieden

De voorgaande analyse kan direct worden uitgebreid naar meerdere erosiegelimiteerde gebieden. Bij een tweede, meer opwaartse gesitueerde erosiegelimiteerde zone tussen x_3 en x_4 zal \mathcal{F} afwaarts van x_3 zijn verhoogd met een bijdrage

$$\Delta\mathcal{F} = \frac{B(x_3)T(x_3) - B(x_4)T(x_4)}{\beta} > 0,$$

en eventuele verder afwaarts gelokaliseerde erosiegelimiteerde gebieden zullen op soortgelijke wijze elk een verdere verhoging van het sedimenttransport geven. Op de zeerand is er dan sprake van netto import waarmee de aanslibbing in alle erosiegelimiteerde zones in stand wordt gehouden.

3.8 Samenvatting

In dit hoofdstuk is de beschrijving van beschikbaarheid dynamisch gemaakt door de tijdsevolutie van de sli-blaag mee te nemen in het sedimentmodel en deze te relateren aan de lokale beschikbaarheid. Daarnaast is de erosieflux gerelateerd aan de erodeerbaarheid, die begrensd blijft bij hoge beschikbaarheid. Met deze uitbreidingen is aangetoond dat het morfodynamische evenwicht uit rapporten 2.1, 2.2 en 1.4 stabiel is en dus ook kan optreden. Tevens is aangegeven op welke wijze de tijdschaal kan worden berekend waarop een morfodynamisch evenwicht zich instelt. In gebieden met een hoge sedimentbeschikbaarheid is morfodynamisch evenwicht niet langer mogelijk en zal de erodeerbaarheid een maximale waarde bereiken die begrensd de SPM-waarden geeft. De onderliggende sedimentlaag op de bodem zal evenwel blijven aangroeien en er is netto sedimentimport over de zeerand om in deze aangroei te voorzien.

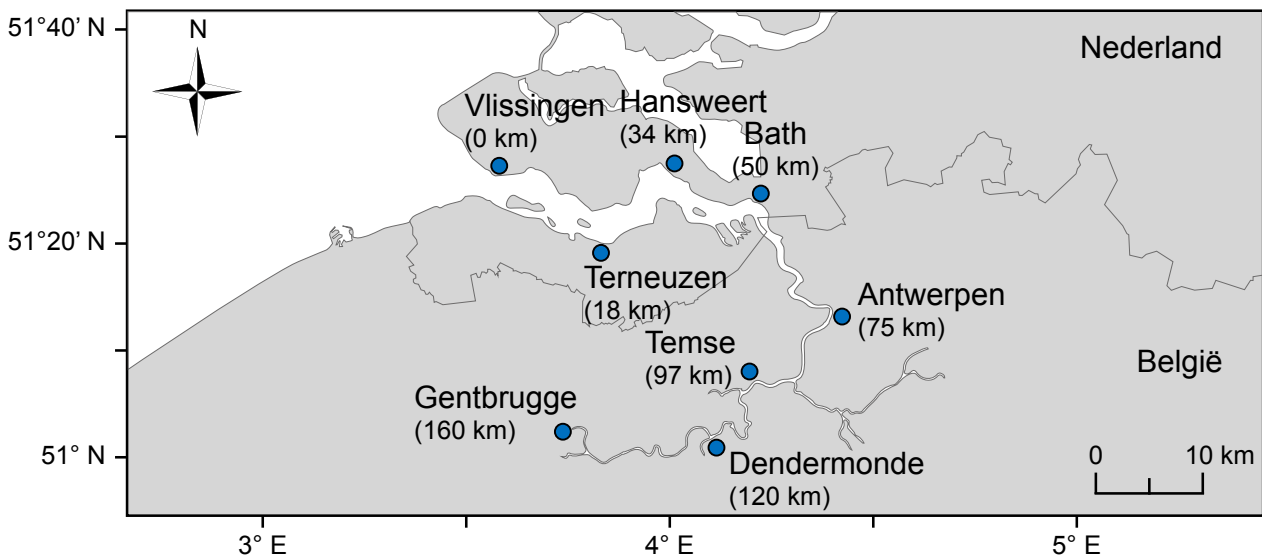
3.9 Naschrift

Door Brouwer *e.a.* (2018) is een formulering voor dynamische erodeerbaarheid voorgesteld die niet uitgaat van de massabalans van een sedimentlaag op de bodem, maar van de balans van de sedimentvoorraad. De sedimentvoorraad is de diepte-geïntegreerde hoeveelheid sediment, met inbegrip van de erodeerbare laag op de bodem. Deze aanpak geeft een andere functionele relatie voor de erodeerbaarheid f . De formulering van Brouwer *e.a.* (2018) is superieur aan de onderhavige beschrijving omdat zij expliciet is gebaseerd is op fysische processen en tevens een scherpe overgang definieert tussen beschikbaarheidsgelimiteerde en erosiegelimiteerde situaties. De kwalitatieve resultaten lijken echter sterk op de bevindingen uit dit rapport.

4 Resultaten

In dit hoofdstuk zal het sedimentmodel met dynamische beschikbaarheid worden toegepast op de Schelde. De gebruikte gebiedsschematisatie en modelparameters zullen in Sect. 4.1 worden besproken. Vervolgens zullen de belangrijkste resultaten van rapport 1.4 in Sect. 4.2 kort worden samengevat. In Sect. 4.3 worden de drie afvoerverlopen besproken die zijn gebruikt voor de modelberekeningen. Hier wordt ook een belangrijk hulpmiddel geïntroduceerd: de ruimtelijke correlatie. In Secties 4.4, 4.5 en 4.6 worden vervolgens de modelresultaten voor elk afvoerverloop gepresenteerd. In Sect. 4.7 tenslotte worden de belangrijkste bevindingen besproken.

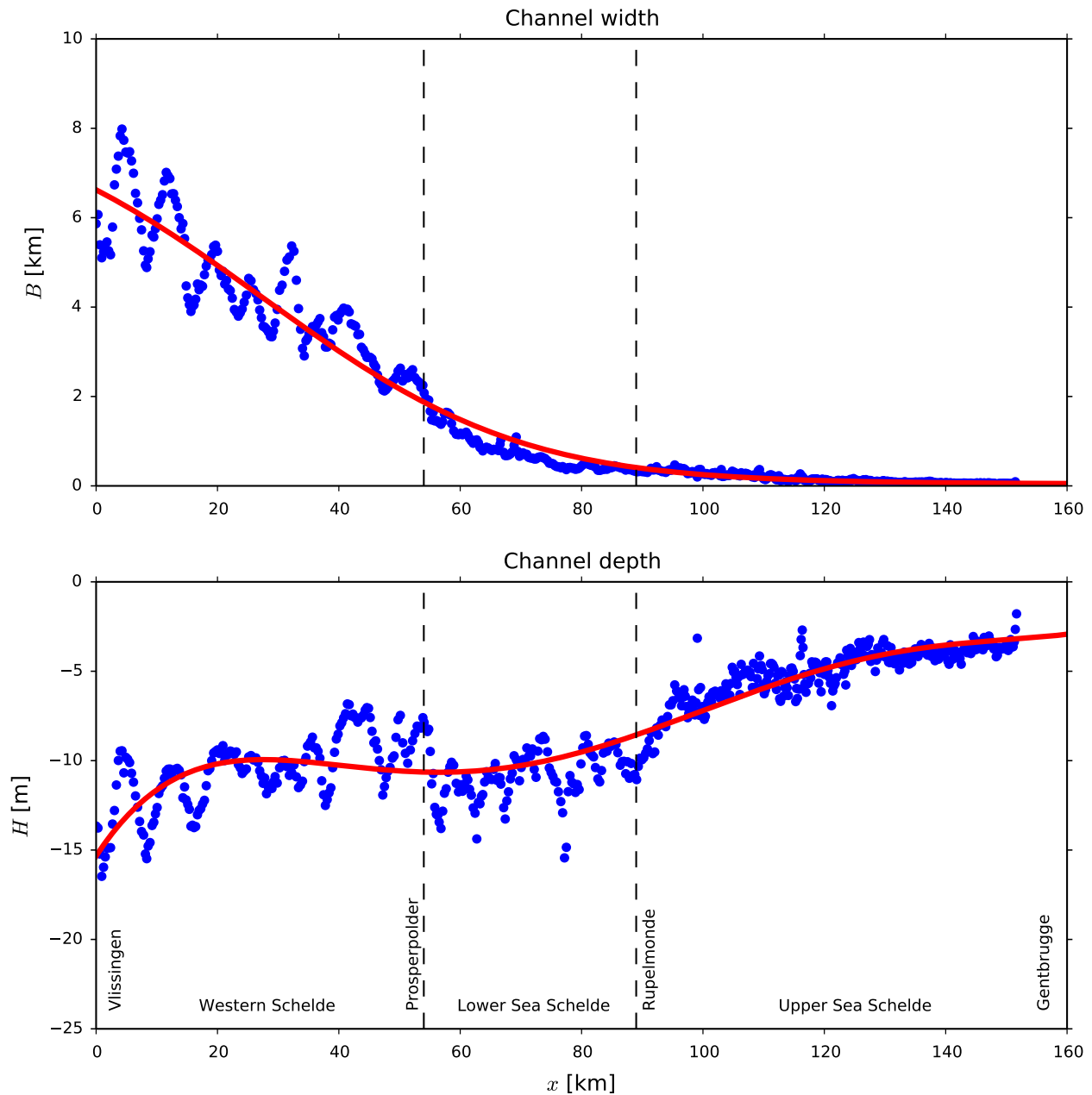
4.1 Model voor het Schelde estuarium



Figuur 3 – Het Schelde estuarium.

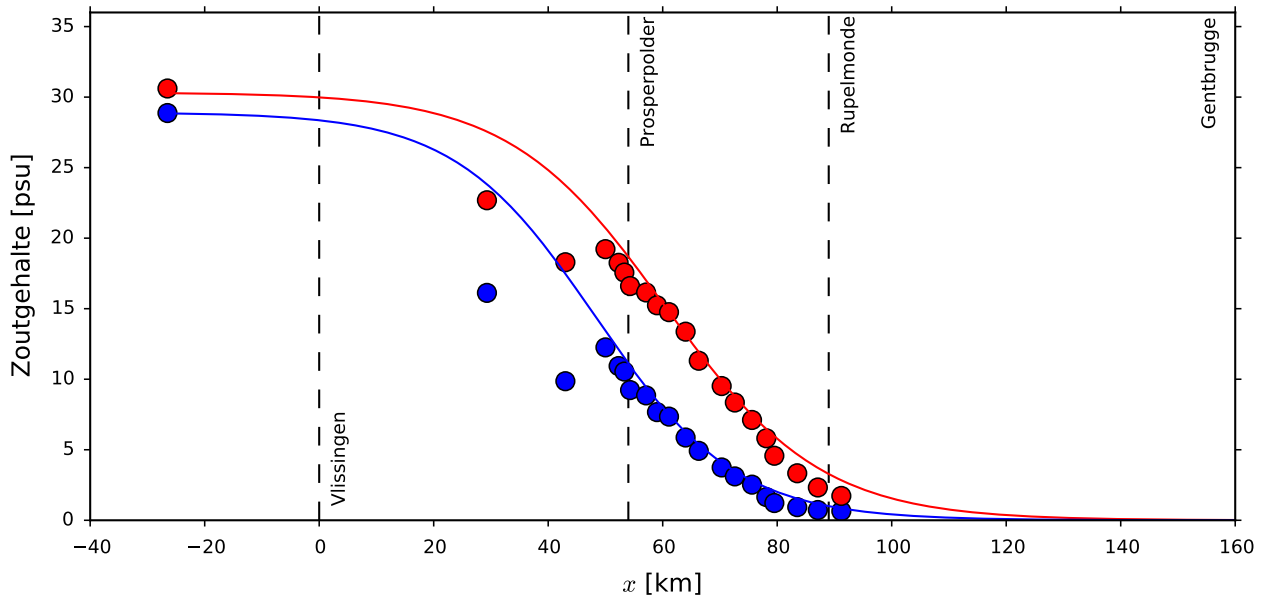
Het geïdealiseerde model is toegepast op het Scheldebekken tussen Vlissingen en Gentbrugge, dit is een gebied met een totale lengte L van 160 km (zie Fig. 3). Het model gebruikt de breedte-gemiddelde bodemligging $H(x)$ en breedteprofiel $B(x)$ die reeds in rapport 1.3 werden gebruikt. Deze geometrie is gebaseerd op het 2DH-model van Coen *e.a.* (2016), waarbij de uiteindelijk gebruikte breedte en diepte zijn bepaald door het maken van een glatte fit. Het breedtegemiddelde diepte -en bodemprofiel zoals verkregen uit de geometrie van het 2DH model zijn als blauwe punten weergegeven in Fig. 4. De glatte benaderingen zijn in beide gevallen aangegeven als een rode curve.

Het getijgemiddelde zoutveld langsheen het Schelde estuarium is gebaseerd op conductiviteitsmetingen die in Februari en Oktober 2009 zijn uitgevoerd (voor meer details zie rapport 2.1). Dit zoutverloop is in rapporten 2.1, 2.2 en 1.4 bekeken voor zowel zomer -als winteromstandigheden. In de onderhavige toepassing van het model is echter enkel de zoutverdeling die kenmerkend is voor de winter meegenomen. De belangrijkste reden om geen seizoenseffecten mee te nemen in het dichtheidsveld is de constatering in rapporten 2.2 en 1.4 dat de barocliene forcering van ondergeschikt belang is voor de sedimentbalans in de Schelde. Het gebruikte zoutveld is derhalve de blauwe curve in Fig. 5.



Figuur 4 – Longitudinaal verloop van de breedte (boven) en breedtegemiddelde diepte (onder) in het Scheldebekken. Blauwe punten zijn gebaseerd op de feitelijke geometrie terwijl de rode lijnen de in het model gebruikte benaderingen weergeven.

De parameterwaarden die voor het Scheldemodel zijn gebruikt zijn samengevat in Tabel 1. Het model is geïdealiseerd op M_2 - en M_4 -waterstanden door de waarden van de verticale turbulente viscositeit A_v en hydraulische ruwheid s_f te optimaliseren (zie rapport 1.3 en Dijkstra, 2022 voor details). In navolging van Coen *e.a.* (2016) is de standaardwaarde van de valsnelheid van sediment op 2 mm s^{-1} gezet. De waarde voor de erodeerbaarheid op de zeerand (f_{sea}) komt overeen met een diepte -en getijgemiddelde concentratie van 20 mg l^{-1} . De capping parameter β is zodanig bepaald dat de getijgemiddelde oppervlakteconcentratie niet hoger wordt dan 500 mg l^{-1} , hetgeen ongeveer de maximale waargenomen maandgemiddelde waarde is (Maris *e.a.*, 2015).



Figuur 5 – Getijgemiddelde zoutverdeling langsheen het Schelde estuarium. De blauwe en rode punten geven gemeten waarden voor winter -resp. zomercondities weer. De lijnen geven voor beide situaties de beste functionele fit weer volgens Vgl. (7). In het onderhavige model is enkel de blauwe verdeling gebruikt, voor de bijbehorende parameterwaarden, zie Tabel 1. Het gebied met negatieve x -coördinaten maakt geen deel uit van het modeldomein.

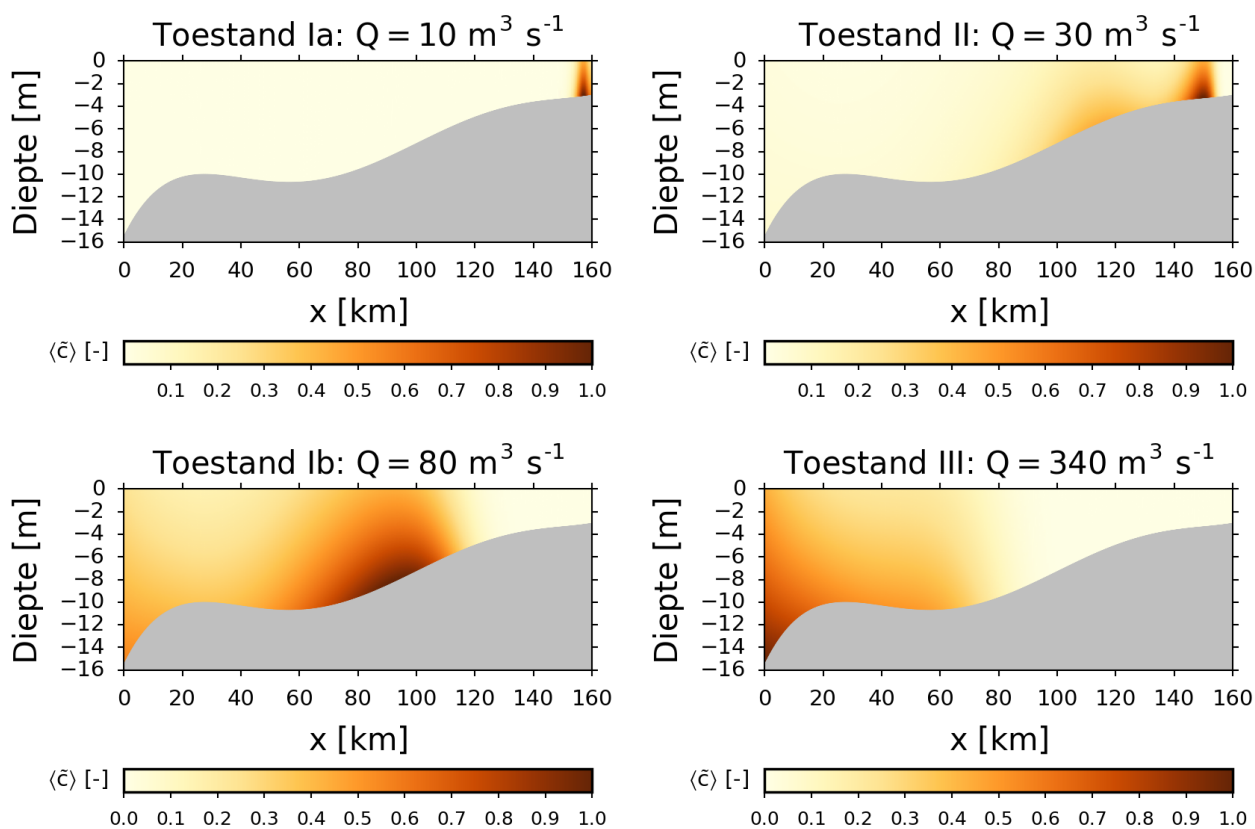
Tabel 1 – Parameterwaarden van het gekalibreerde Scheldemodel.

Parameter	Waarde	Parameter	Waarde
L	160 km	\hat{s}	30.3296 psu
A_{M_2}	1.77 m	x_c	60.4140 km
A_{M_4}	0.14 m	x_L	27.1020 km
φ	-1.3°	w_s	2 mm s^{-1}
$A_{v_0} = K_{v_0}$	$0.0367 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$	f_{sea}	2.835×10^{-6}
s_f	0.0048 m s^{-1}	β	8903
K_h	$100 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$		

4.2 Samenvatting van eerdere resultaten

Hier zullen kort de relevante hoofdresultaten uit rapport 1.4 worden samengevat. Deze studie betrof de variatie van de sedimentverdeling in functie van de afvoer, maar onder de aanname dat de morfodynamische evenwichtsconditie instantaan geldig is. De breedte -en getijgemiddelde sedimentverdeling is in Fig. 6 weergegeven voor vier verschillende afvoeren. Merk op dat deze verdelingen relatief zijn, dwz. dat ze geschaald zijn op basis van de maximale waarde. Bij lage afvoer is er een zeer gepiekte SPM-verdeling die een ETM geeft op ca. 155 km van Vlissingen. Bij hogere afvoer ($Q = 30 \text{ m}^3/\text{s}$) ontstaat rond 120 km van Vlissingen een tweede, meer afwaarts gelokaliseerd ETM. Bij verdere verhoging van de afvoer ($Q = 80 \text{ m}^3/\text{s}$) is het opwaartse ETM verdwenen en zien we dat het afwaartse ETM is verschoven naar ca. 90 km van Vlissingen. Bij hoge afvoer tenslotte ($Q = 340 \text{ m}^3/\text{s}$) accumuleert al het sediment aan de zeewaartse rand. Aangezien de sedimentconcentratie op deze rand ca. 20 mg/l bedraagt komt dit overeen met een situatie waarbij het sediment nagenoeg is uitgespoeld.

Op basis van deze resultaten wordt geconcludeerd dat er bij lage afvoer een sterke, opwaarts geconcentreerd ETM is dat onder invloed van toenemend rivierdebiet verdwijnt en overgaat in een meer afwaarts gelokaliseerd ETM dat uiteindelijk verdwijnt door uitspoeling. Dit beeld is consistent met trends in jaargemiddelde



Figuur 6 – Relatieve getijgemiddelde verdeling van het sediment voor vier verschillende afvoeren. Voor verdere details, zie de hoofdttekst.

afvoer - en SPM-gegevens (Vandenbruwaene *e.a.*, 2016).

4.3 Opgelegde verlopen voor de rivierafvoer

In dit hoofdstuk zal met name worden bestudeerd hoe de beschikbaarheid $a(x, t)$ en erodeerbaarheid $f(x, t)$ (en daarmee de sedimentverdeling) zich gedragen bij variabele rivierafvoer. Hierbij zullen eerst twee geïdealiseerde tijdseries worden beschouwd. Het voordeel hiervan is dat een aantal belangrijke resultaten voor dergelijke kunstmatige afvoerverlopen gedegen kan worden bestudeerd. Tot slot zullen ook modelresultaten worden besproken voor een meer realistisch afvoerverloop dat is ontleend aan dagwaarden te Melle uit 2009. Alvorens deze verlopen te bespreken zal echter eerst worden ingegaan op de relatie tussen aanpassingstijdschaal T_{adapt} en bovenafvoer, aangezien dit al een indicatie zou kunnen geven over het al dan niet optreden van een morfodynamische evenwichtsverdeling van het sediment.

4.3.1 Aanpassingstijdschaal

In Sect. 3.5.3 is aangetoond dat de lineaire stabiliteitsanalyse van het morfodynamische evenwicht kan worden gebruikt om de aanpassingstijdschaal T_{adapt} te berekenen. Dit is de tijdschaal waarop het morfodynamische evenwicht zich zal instellen. In Fig. 7 is het verloop van deze tijdschaal weergegeven versus de afvoer te Melle. Hieruit blijkt dat de aanpassingstijdschaal afneemt met toenemende rivierafvoer. Hierbij geldt voor $Q \gtrsim 30 \text{ m}^3/\text{s}$ een tijdschaal van ongeveer 1–3 weken, terwijl T_{adapt} voor lagere afvoeren zeer sterk toeneemt: bij een afvoer van $20 \text{ m}^3/\text{s}$ bedraagt T_{adapt} al ruim één jaar. Bij hoge afvoer lijkt de aanpassingstijdschaal constant te worden ($T_{\text{adapt}} \sim 8$ dagen). Aangezien de rivierafvoer doorgaans varieert op tijdschalen van enkele dagen tot enkele weken kan uit dit verloop ruwweg worden geconcludeerd dat het morfodynamische evenwicht zich bij lage afvoeren ($Q \lesssim 30 \text{ m}^3/\text{s}$ in de praktijk te traag instelt om ook op te kunnen treden. Voor hogere afvoeren is dit - afhankelijk van de variabiliteit van het rivierdebiet zelf - wel mogelijk. Het zal echter blijken dat deze conclusie niet geheel correct is: de kwalitatieve eigenschappen van de ruimtelijke sedimentverdeling blijken vaak juist wèl gelijkenis te vertonen met de verdeling onder morfodynamisch evenwicht.

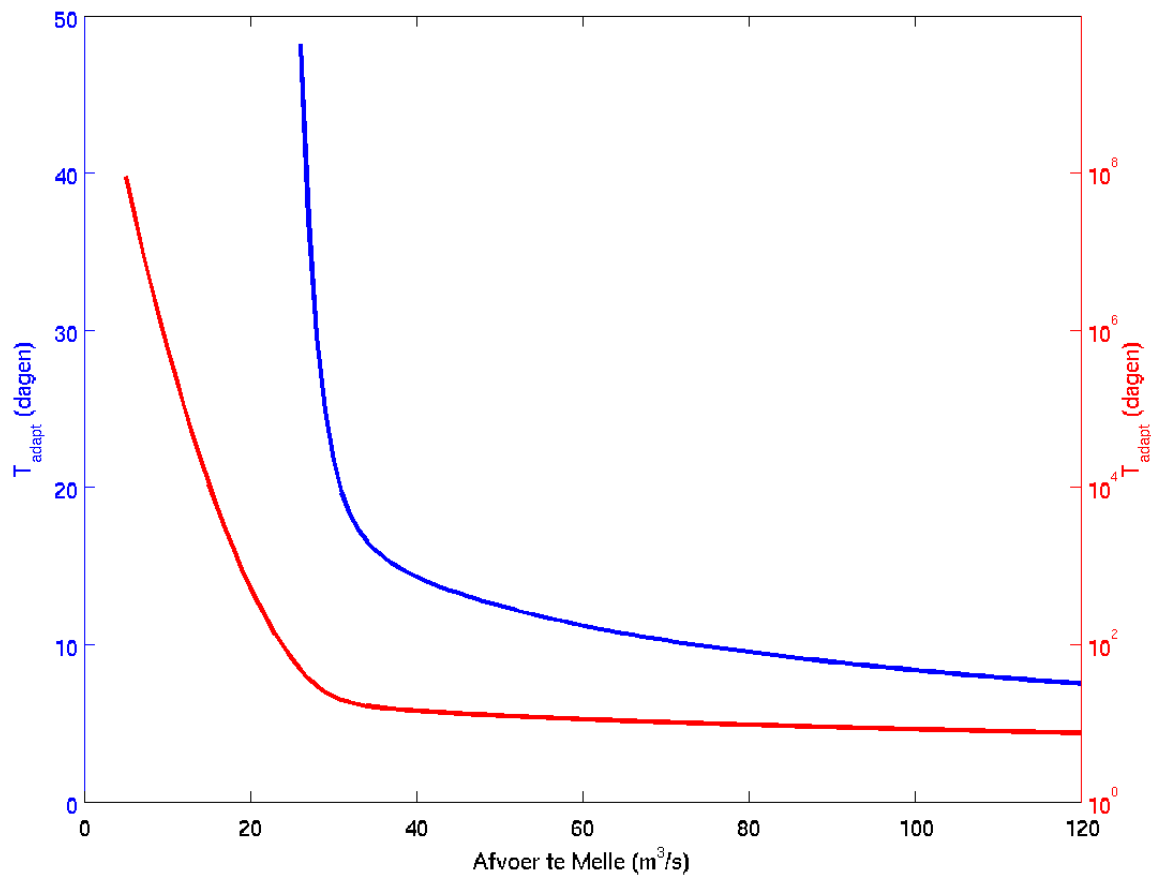
4.3.2 Geïdealiseerde afvoerverlopen

Het gekozen geïdealiseerde afvoerverloop is als volgt. Eerst wordt gedurende ca. 150 dagen een constant debiet van $60 \text{ m}^3/\text{s}$ voorgeschreven. Hierbij worden de initiële erodeerbaarheid en beschikbaarheid gekozen conform het bijbehorende morfodynamische evenwicht. Vervolgens vindt gedurende 100 dagen een geleidelijke overgang plaats naar een lange periode $P_{\text{min}} \approx 750$ dagen met een minimale afvoer Q_{min} . Tot slot neemt de afvoer in 100 dagen tijd weer toe tot $60 \text{ m}^3/\text{s}$ die vervolgens tot het einde van de simulatie (1232 dagen) wordt aangehouden. Het volledige tijdsverloop is weergegeven in Fig. 8.

Er zullen twee waarden voor de lage afvoer Q_{min} worden beschouwd: $Q_{\text{min}} = 25 \text{ m}^3/\text{s}$ en $Q_{\text{min}} = 20 \text{ m}^3/\text{s}$. De reden is dat de aanpassingstijdschaal voor beide afvoeren aanzienlijk verschilt: 66 dagen resp. 537 dagen (zie Fig. 7). Gelet op de periode P_{min} betekent dit dat we voor $Q_{\text{min}} = 25 \text{ m}^3/\text{s}$ een evolutie naar evenwicht verwachten maar voor $Q_{\text{min}} = 20 \text{ m}^3/\text{s}$ niet.

4.3.3 Afvoerverloop te Melle in 2009

Naast de geïdealiseerde afvoerverlopen zal ook de gemeten afvoer te Melle in 2009 worden beschouwd. Voor de opgelegde tijdserie is uitgegaan van dagwaarden. Omdat de interesse hier vooral uitgaat naar seizoenseffecten is deze tijdserie gladder gemaakt door gebruik te maken van een zogenaamd Savitzky-Golay filter (Savitzky en Golay, 1961) met een middelingsperiode van 90 dagen. De keuze voor een middelingsperiode is gelegen in het feit dat de sedimentdynamica niet instantaan kan reageren op dagelijkse variatie, dit volgt expliciet uit het feit dat T_{adapt} tenminste enkele dagen bedraagt. Het aldus verkregen verloop is in Fig. 9 weergegeven. Fi-



Figuur 7 – Verloop van de aanpassingstijdschaal T_{adapt} (blauw: lineaire schaling, rood: logaritmische schaling) als functie van de rivierafvoer te Melle.

guur 9 toont ook de verhouding tussen de aanpassingstijdschaal T_{adapt} en de tijdschaal T_{forc} waarop de afvoer varieert, deze laatste is hier gedefinieerd als

$$T_{\text{forc}} = Q \left/ \left| \frac{dQ}{dt} \right| \right. . \quad (47)$$

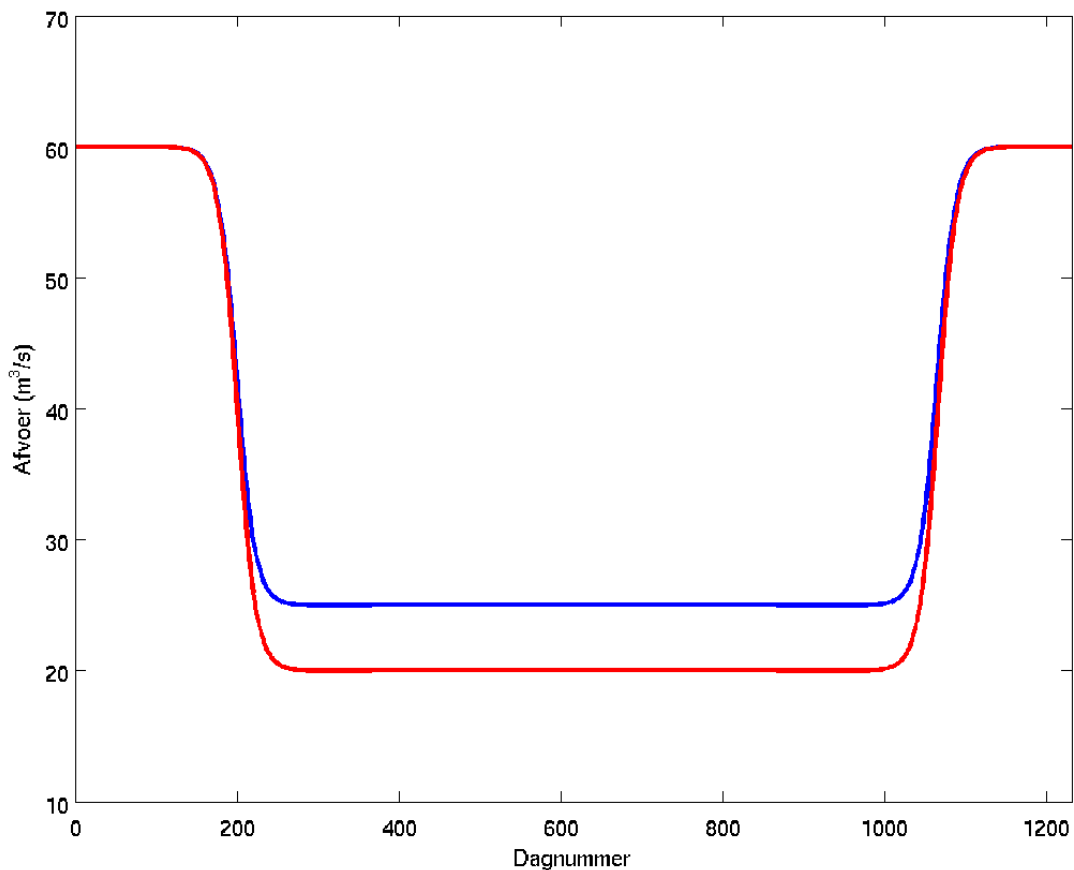
Met name tussen ca. 150 en 300 dagen is deze verhouding groot en het is dan ook te verwachten dat het morfodynamische evenwicht dan niet zal optreden.

4.3.4 Ruimtelijke correlatie tussen erodeerbaarheid en beschikbaarheid

Alvorens de resultaten voor drie afvoerverlopen te presenteren introduceren we eerst een handig hulpmiddel: de ruimtelijke correlatie C_{fa} tussen de instantane erodeerbaarheid $f(x, t)$ en de beschikbaarheid $a_{\text{eq}}(x)$ bij morfodynamisch evenwicht. Deze grootte is gedefinieerd als

$$C_{fa}(t) = \frac{\int_0^L f(x, t) a_{\text{eq}}(x) dx}{\sqrt{\int_0^L [f(x, t)]^2 dx \int_0^L [a_{\text{eq}}(x)]^2 dx}} , \quad (48)$$

waarbij de term in de noemer een normalisatiefactor is die garandeert dat C_{fa} altijd tussen 0 en 1 ligt. Negatieve waarden voor C_{fa} treden niet op omdat $f(x, t)$ en $a_{\text{eq}}(x)$ beiden positief zijn. De ruimtelijke correlatie is



Figuur 8 – Geïdealiseerde afvoerverloop te Melle met $Q_{\min} = 25 \text{ m}^3/\text{s}$ (blauw) en $Q_{\min} = 20 \text{ m}^3/\text{s}$ (rood).

een maat voor de overeenkomst tussen de kwalitatieve ruimtelijke verdeling van erodeerbaarheid en de evenwichtsverdeling van beschikbaarheid. Als bijvoorbeeld de locatie van ETMs overeenkomen dan zal C_{fa} relatief groot zijn. Als zodanig geeft C_{fa} weer in hoeverre de sedimentverdeling bij dynamische beschikbaarheid lijkt op de evenwichtsverdeling. Merk op dat C_{fa} een *kwalitatieve* maat is en niets zegt over de overeenkomst tussen optredende SPM-waarden.

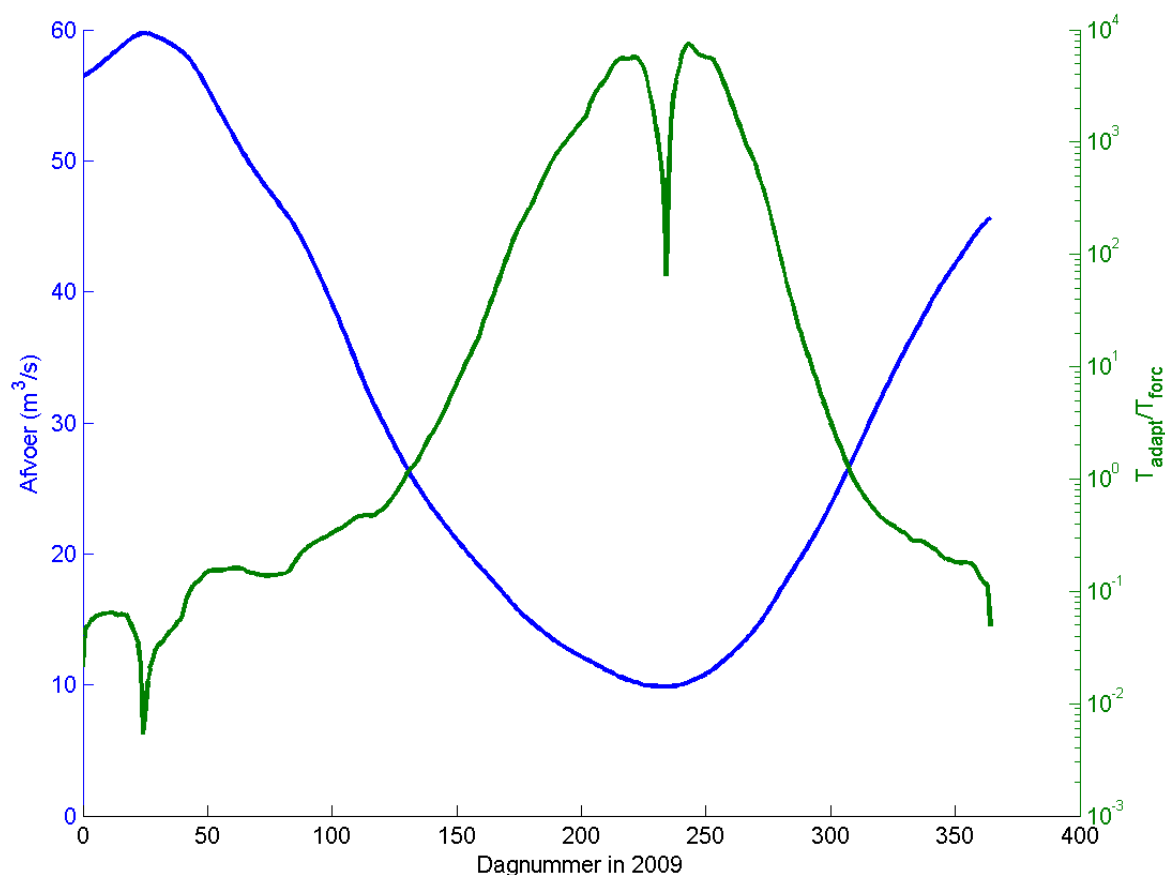
Er kan ook een ruimtelijke correlatie worden gedefinieerd op basis van getijgemiddelde sedimentverdelingen. Deze correlatie lijkt echter sterk op C_{fa} en zal daarom niet worden beschouwd.

4.4 Geïdealiseerd afvoerverloop met $Q_{\min} = 25 \text{ m}^3/\text{s}$

Hier zullen eerst de resultaten voor $Q_{\min} = 25 \text{ m}^3/\text{s}$ worden besproken. Omdat de aanpassingstijdschaal bij dit afvoerverloop relatief kort is zal blijken dat het in Sect. 3.7 besproken evenwicht hier zal optreden.

4.4.1 Ruimtelijke correlatie

Figuur 10 laat de ruimtelijke correlatie zien tussen erodeerbaarheid f en beschikbaarheid a_{eq} voor drie waarden van de capping parameter β . Hieruit volgt dat C_{fa} vaak dichtbij 1 ligt, behalve gedurende perioden waarin de afvoer wisselt van hoog naar laag of andersom (vertikale zwarte lijnen in Fig. 10). Opvallend is dat de corre-



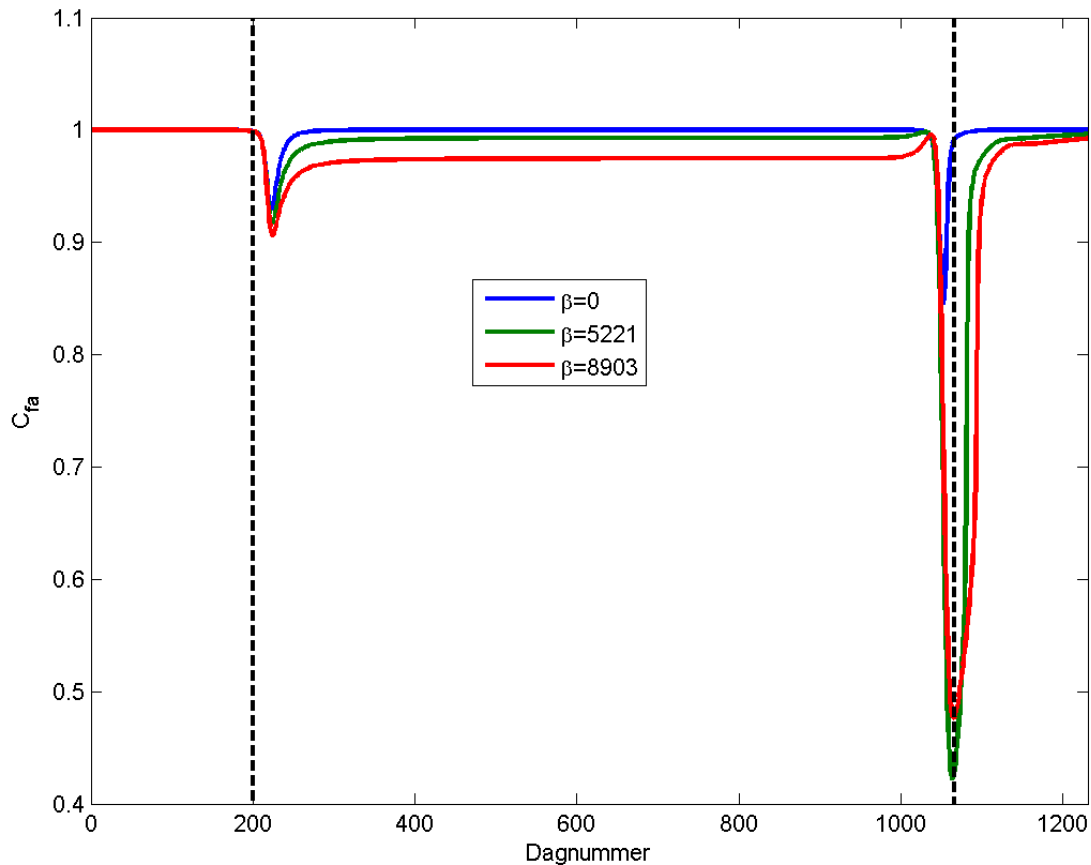
Figuur 9 – Gefilterd afvoerverloop te Melle op basis van dagwaarden in 2009 (blauw). De groene curve geeft de instantane waarde van de ratio $T_{\text{adapt}}/T_{\text{forc}}$ weer. Merk op dat de schaling voor deze ratio logaritmisch is.

latie bij toename van de afvoer slechter is dan bij afname. Ook lijkt de correlatie slechter te worden naarmate erosiegelimiteerdheid belangrijker wordt (hogere β).

Om dit nader te illustreren is in Fig. 11 voor $\beta = 0$ (geen erosiegelimiteerdheid) en $\beta = 8903$ (mogelijke erosiegelimiteerdheid) de verdeling van $f(x, t)$ en $a_{\text{eq}}(x)$ getoond voor $t \approx 200$ dagen en $t \approx 1100$ dagen, dit is ten tijde van de minimale correlaties. Rond $t \approx 200$ dagen zien we dat $a_{\text{eq}}(x)$ een sterke opwaartse piek heeft en een minder geprononceerd afwaarts maximum. Beide pieken vinden we kwalitatief terug in de instantane verdelingen van de erodeerbaarheid. Bij toename van de afvoer ($t \approx 1100$ dagen) is de correlatie voor dynamische beschikbaarheid bij $\beta = 0$ nog redelijk groot omdat de verdeling van de erodeerbaarheid de beide pieken van de evenwichtsbeschikbaarheid kwalitatief reproduceert. Voor de situatie bij $\beta = 8903$ is er sprake van een maximum in de beschikbaarheid a_{eq} rond ca. 100 km van Vlissingen terwijl de erodeerbaarheid een sterke opwaarts gelokaliseerde piek heeft (rond 150 km). Dit is de reden waarom de correlatie in dit geval relatief laag is (~ 0.5).

4.4.2 Massabalans voor waterkolom en bodemlaag

De hoge correlatie C_{fa} en de relatief korte aanpassingstijdschaal ($T_{\text{adapt}} \approx 66$ dagen) suggereren dat de sedimentverdeling zich tijdens de periode met lage afvoer naar een evenwicht zal ontwikkelen. Dit wordt bevestigd in Fig. 12 waar de totale hoeveelheid gesuspendeerd materiaal (M_{sus}) en de totale massa in de sedimentlaag (M_{bed}) zijn weergegeven. Hierbij zijn drie situaties getoond: instantaan morfodynamisch evenwicht ($\mathcal{F} = 0$),



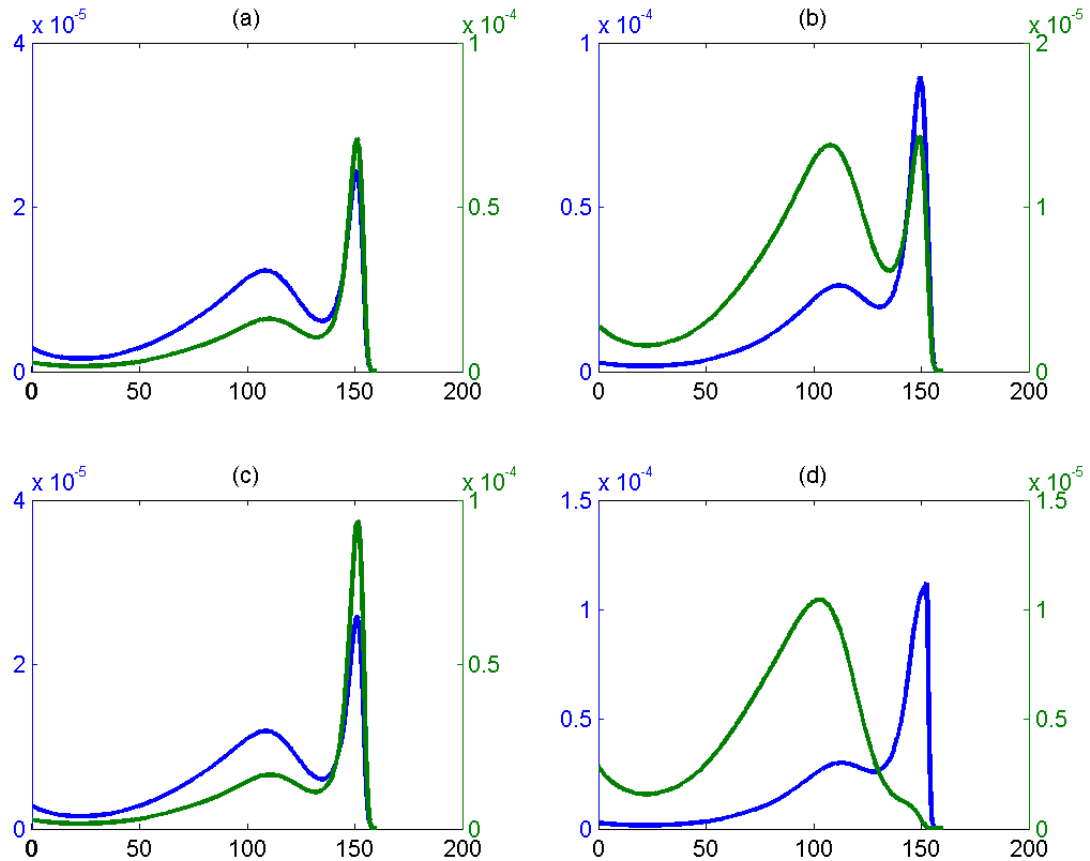
Figuur 10 – Temporele verloop van de ruimtelijke correlatie C_{fa} voor $\beta = 0$, $\beta = 5221$ en $\beta = 8903$ bij $Q_{\min} = 25 \text{ m}^3/\text{s}$. De verticale zwarte stippellijnen markeren de tijdstippen waarop de verandering van de afvoer maximaal is (zie Fig. 8).

dynamische beschikbaarheid bij $\beta = 0$ en dynamische beschikbaarheid bij $\beta = 8903$.

De hoeveelheid gesuspenseerd materiaal (Fig. 12a) wordt gedurende de periode van lage afvoer voor alle gevallen constant. Voor dynamische beschikbaarheid stelt dit evenwicht zich wat later in dan voor instantaan evenwicht, en deze tijdschaal lijkt goed overeen te komen met de aanpassingstijd $T_{\text{adapt}} = 66$ dagen. De hoeveelheid gesuspenseerd materiaal is lager bij $\beta = 8903$: dit is te verwachten indien bij lage afvoer de evenwichtsverdeling van de erodeerbaarheid (f_{eq}) voldoende hoog wordt zodat $f(x, t)$ begrensd is. De hoeveelheid sediment in de waterkolom is dan immers beperkt. Hieronder zal blijken dat de erodeerbaarheid lokaal inderdaad nabij haar maximale waarde f_{EG} is.

Merk op dat de overgang naar hogere afvoer (rond 1100 dagen) bij de gevallen met dynamische beschikbaarheid gepaard gaat met een aanvankelijke toename van M_{sus} . Bij de evenwichtsaanname daalt de hoeveelheid gesuspenseerd materiaal echter direct als de afvoer toeneemt.

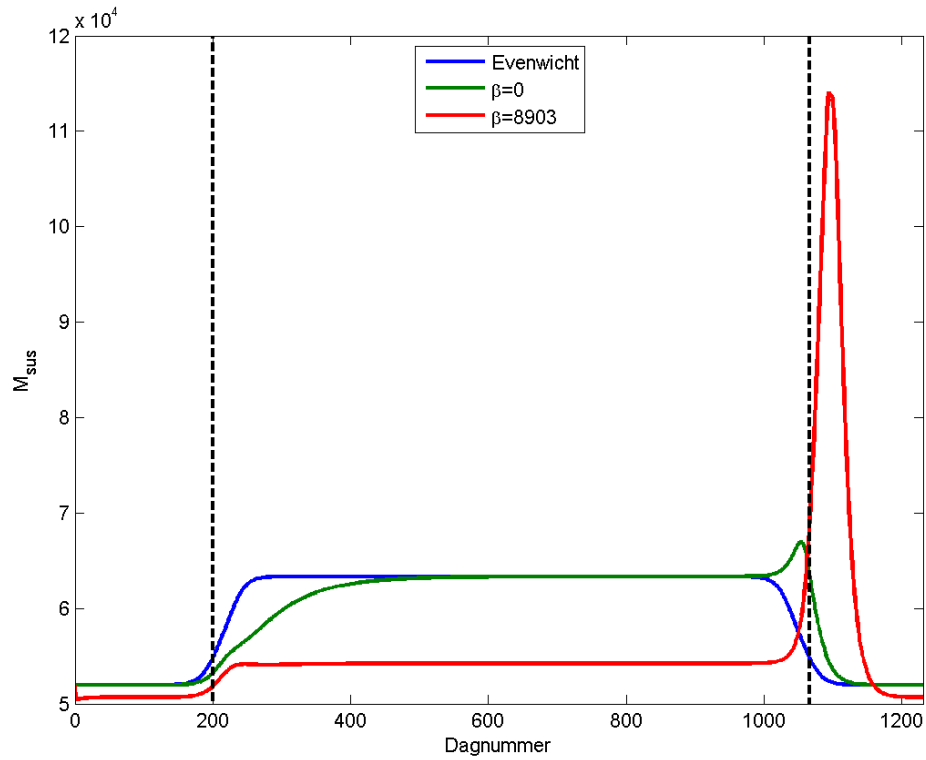
In Fig. 12b is eenzelfde verloop weergegeven, maar nu voor de totale hoeveelheid sediment M_{bed} in de erodeerbare bodemlaag. Voor de gevallen zonder erosiegelimiteerdheid wordt tijdens de periode met lage afvoer een constante waarde bereikt. Voor het geval $\beta = 8903$ zien we echter een lineaire groei van de massa in de bodemlaag. Dit impliceert dat er bij lage afvoer erosiegelimiteerde omstandigheden voorkomen waardoor de erodeerbaarheid lokaal haar maximale waarde $f = f_{\text{EG}}$ aanneemt (zie Sect. 3.7).



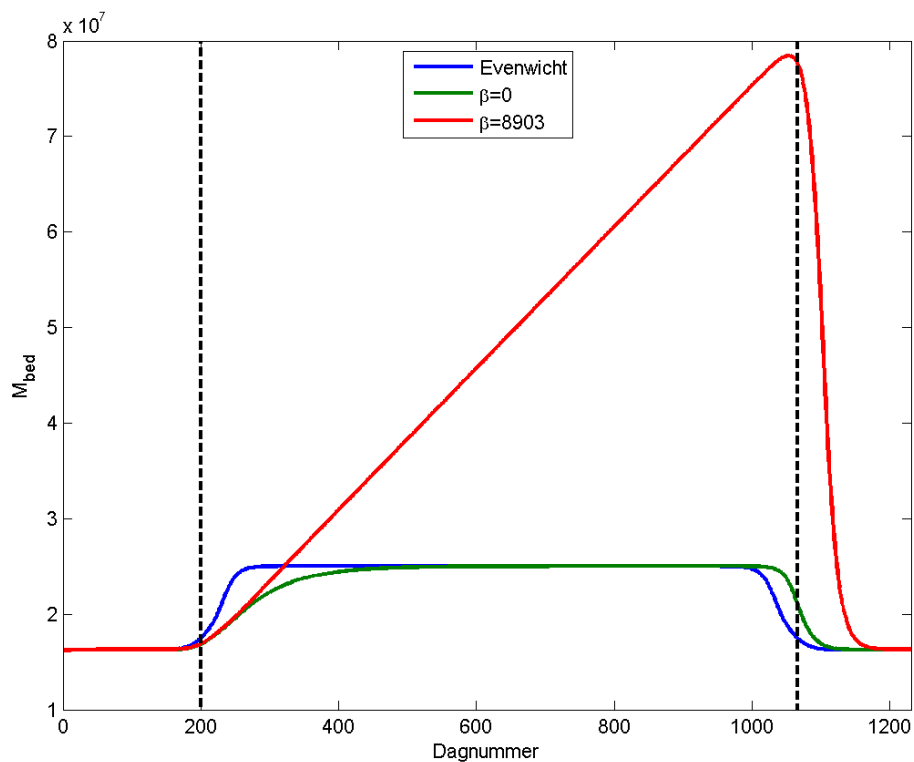
Figuur 11 – Vergelijking tussen ruimtelijke verdeling van erodeerbaarheid f (blauw) en evenwichtsbeschikbaarheid a_{eq} (groen). De linkerpanelen hebben betrekking op de minimale correlatie nabij $t = 200$ dagen, rechts op de lage correlatie rond $t = 1100$ dagen. In de bovenste panelen (a,b) is de situatie voor $\beta = 0$ weergegeven, onder (c,d) voor $\beta = 8903$. De precieze tijdstippen per paneel zijn: (a): 222 dagen, (b): 1053 dagen, (c): 224 dagen en (d): 1066 dagen.

4.4.3 Sedimenttransport bij erosiegelimiteerde condities

Om de situatie voor $\beta = 8903$ nader te beschouwen is in Fig. 13a de ruimtelijke variatie van het transport \mathcal{F} weergegeven voor $t = 900$ dagen. Om duidelijker aan te geven waar erosiegelimiteerdheid optreedt is ook de grootte $1 - \beta f$ geplott, deze grootte is klein bij erosiegelimiteerde condities aangezien dan immers geldt dat $f \approx f_{EG} = 1/\beta$. Het totale transport is nul aan de opwaartse rand en neemt in afwaartse richting rond 155 km van Vlissingen afwaarts ineens toe, waarna \mathcal{F} constant blijft tot de zeerand. Op basis van de evenwichtsanalyse in Sect. 3.7 is het gebied waar het transport sterk toeneemt een erosiegelimiteerde zone. Dit wordt bevestigd door het feit dat $1 - \beta f$ hier een lokaal minimum aanneemt en heel klein wordt (~ 0.001). Ter verdere illustratie is in Fig. 13b het sedimenttransport weergegeven voor $\beta = 135000$, dit correspondeert met een situatie waarin erodeerbaarheid een nog grotere rol speelt, aangezien de erodeerbaarheid f naar boven is begrensd tot $f_{EG} = 1/\beta$. De erosiegelimiteerde zone die bij $\beta = 8903$ optreedt is nog steeds aanwezig, maar er is nu ook een tweede gebied tussen ca. 100 en 110 km van Vlissingen. Beide erosiegelimiteerde zones vallen samen met lokale minima van $1 - \beta f$ die hier kleine waarden aanneemt.

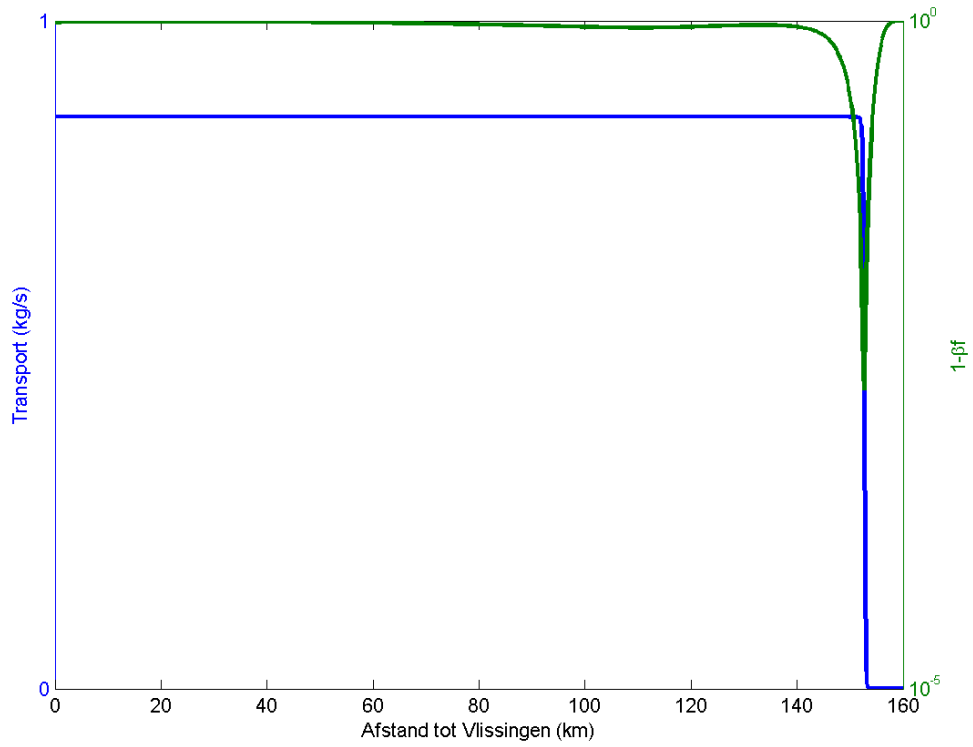


(a) Massa in suspensie

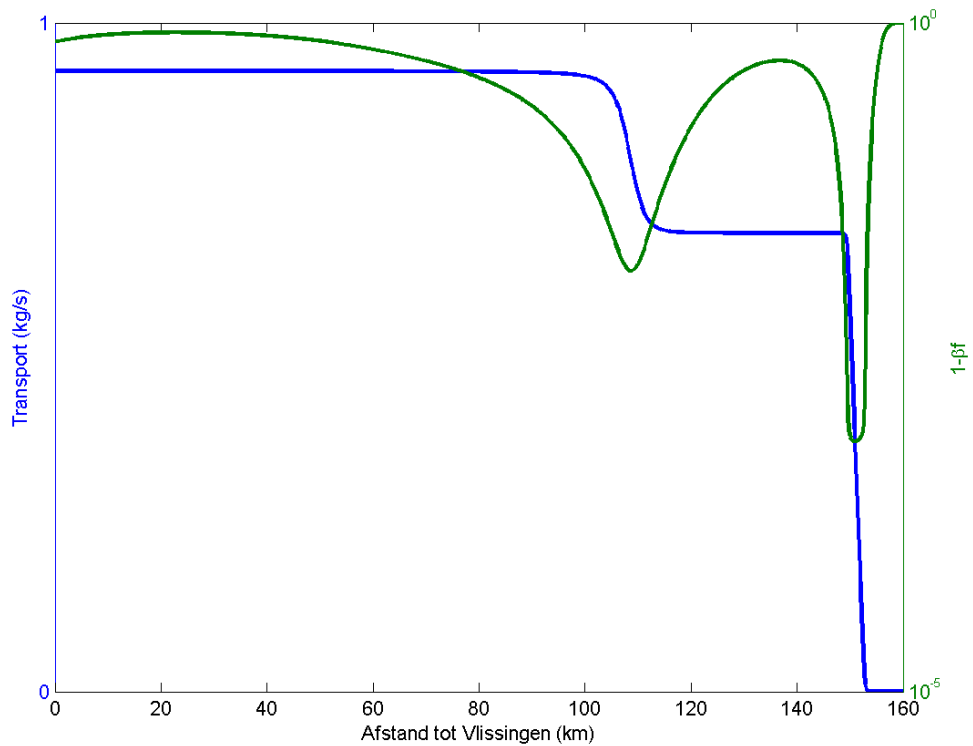


(b) Massa in de bodem

Figuur 12 – Tijdsverloop van de hoeveelheid massa in de waterkolom (a) en in de bodemlaag (M_{bed} , b) voor evenwichten voor dynamische beschikbaarheid bij $\beta = 0$ resp. $\beta = 8903$.



(a) $\beta = 8903$



(b) $\beta = 135000$

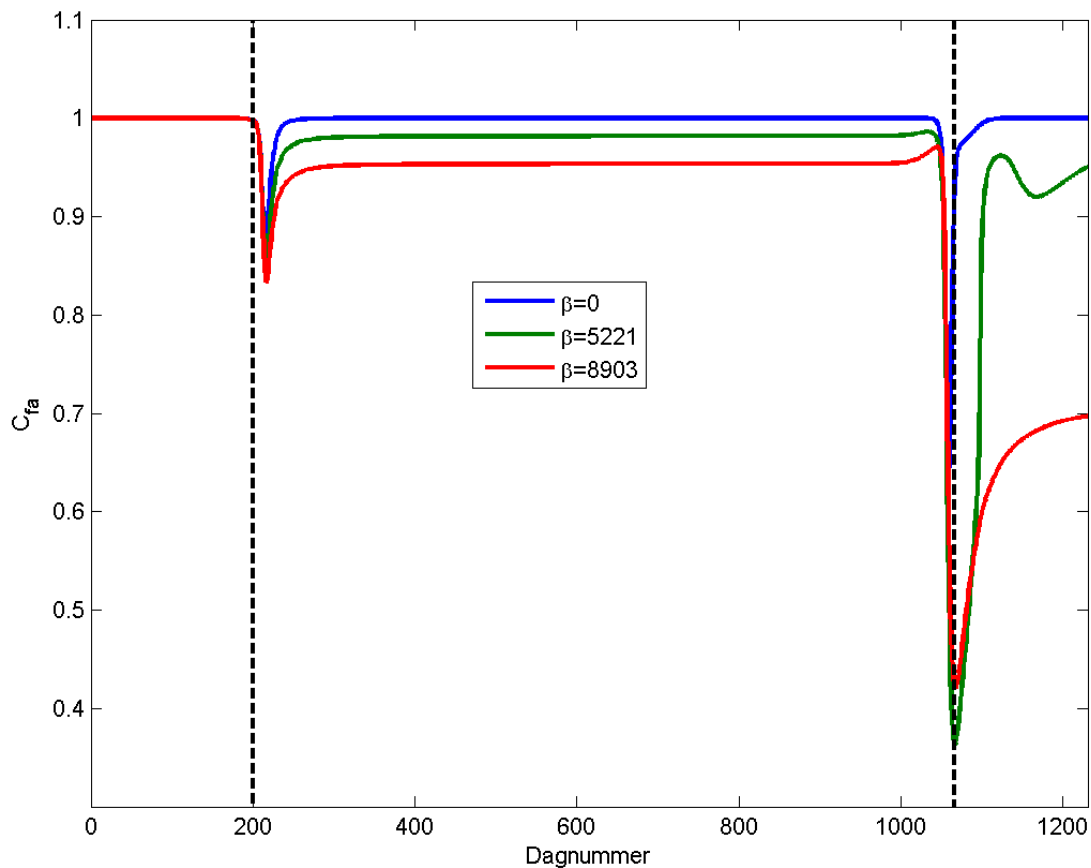
Figuur 13 – Ruimtelijk verloop van het transport (\mathcal{F} , blauw) en de grootheid $1 - \beta f$ (groen) op tijdstip $t = 900$ dagen voor (a) $\beta = 8903$ en (b) $\beta = 135000$.

4.5 Geïdealiseerd afvoerverloop met $Q_{\min} = 20 \text{ m}^3/\text{s}$

Bij het geïdealiseerde afvoerverloop met $Q_{\min} = 20 \text{ m}^3/\text{s}$ is de aanpassingstijdschaal tijdens lage afvoer ongeveer 537 dagen, en dit is niet kort vergeleken met de periode waarbinnen deze afvoer optreedt. Een evenwicht zoals gevonden in Sect. 4.4 wordt hier dan ook niet verwacht.

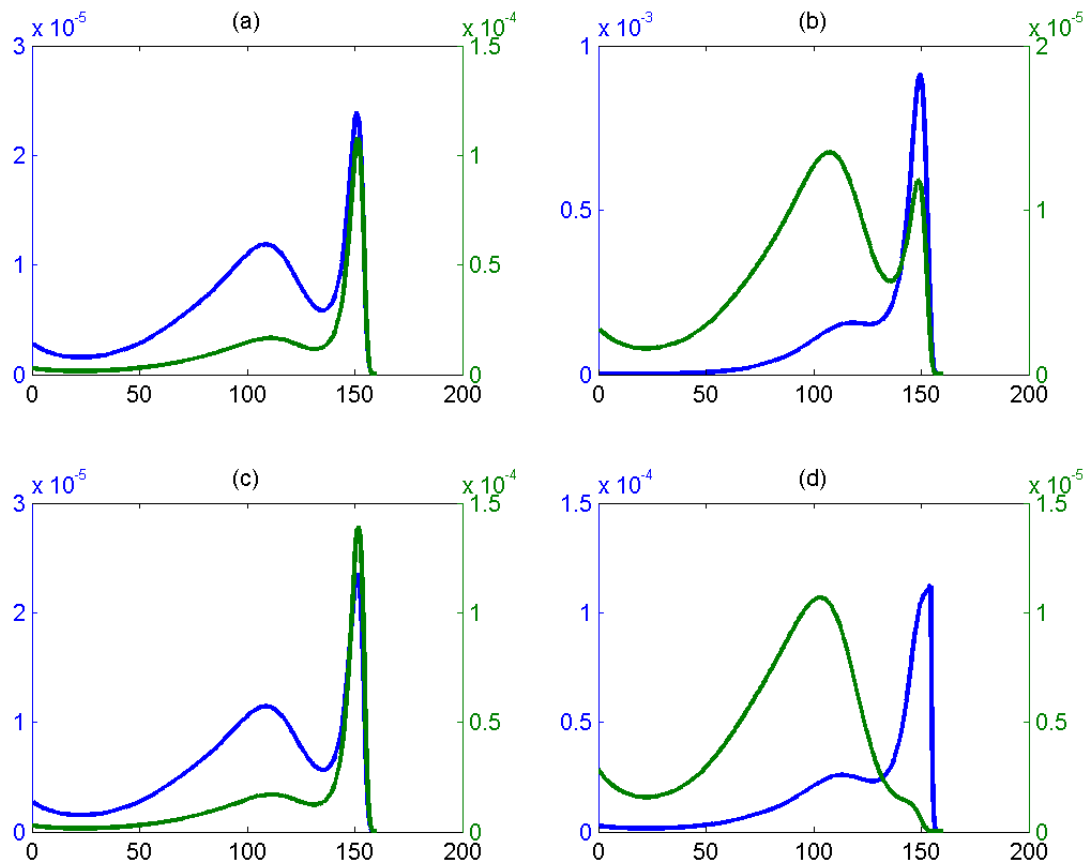
4.5.1 Ruimtelijke correlatie

Figuur 14 laat wederom de ruimtelijke correlatie zien tussen erodeerbaarheid en beschikbaarheid voor drie waarden van de capping parameter β . Ondanks de langere aanpassingstijdschaal zien we dat C_{fa} toch meestal boven 0.8 ligt, behalve tijdens de toename van lage naar hoge afvoer. Ook is de correlatie weer slechter naarmate de capping parameter β groter is.



Figuur 14 – Temporele verloop van de ruimtelijke correlatie C_{fa} voor $\beta = 0$, $\beta = 5221$ en $\beta = 8903$ bij $Q_{\min} = 20 \text{ m}^3/\text{s}$. De verticale zwarte stippellijnen markeren de tijdstippen waarop de verandering van de afvoer maximaal is (zie Fig. 8). De minimale correlatie voor $\beta = 0$ bedraagt 0.64.

In navolging van Fig. 11 is in Fig. 15 de verdeling van $f(x, t)$ en $a_{\text{eq}}(x)$ weergegeven voor de tijdstippen rond $t = 200$ dagen en $t = 1100$ dagen, dit is wanneer de ruimtelijke correlatie minimaal is. Eigenlijk zien de kwalitatieve verdeling van erodeerbaarheid en beschikbaarheid er hetzelfde uit als in Fig. 11, zodat dezelfde conclusies kunnen worden getrokken. In het bijzonder zien we weer dat de erodeerbaarheid bij erosiegelimiteerde situaties slecht overeenkomt met de beschikbaarheid als de afvoer van laag naar hoog toeneemt.

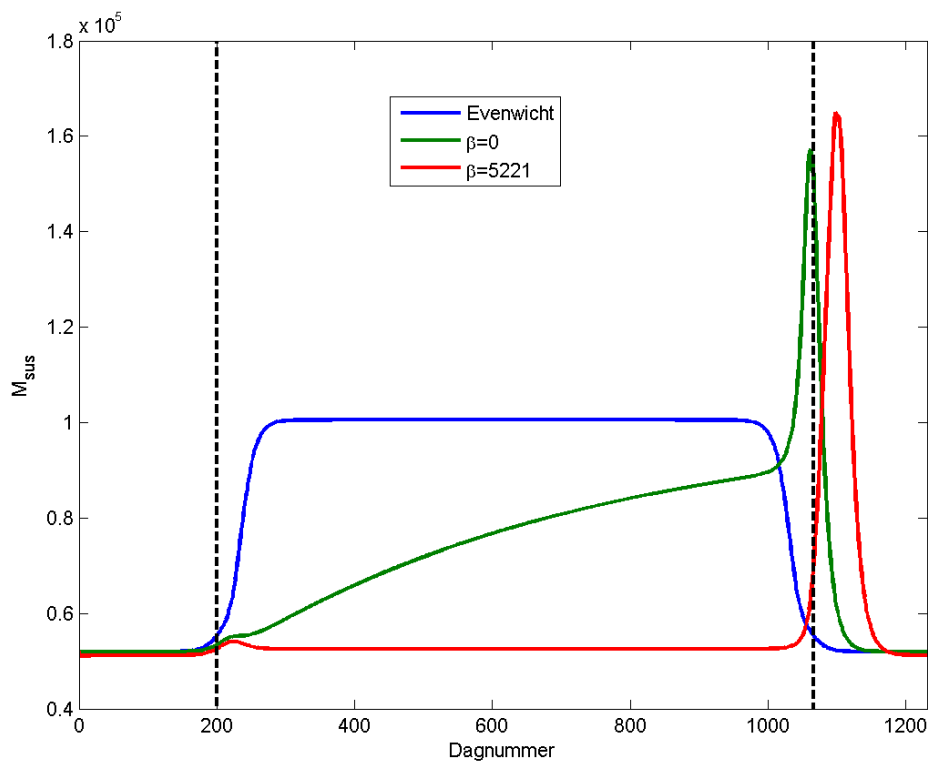


Figuur 15 – Vergelijking tussen ruimtelijke verdeling van erodeerbaarheid f (blauw) en evenwichtsbeschikbaarheid a_{eq} (groen) bij $Q_{min} = 20 \text{ m}^3/\text{s}$. De linkerpanelen hebben betrekking op de minimale correlatie nabij $t = 200$ dagen, rechts op de lage correlatie rond $t = 1100$ dagen. Boven (a,b) is de situatie voor $\beta = 0$ weergegeven, onder (c,d) voor $\beta = 8903$.

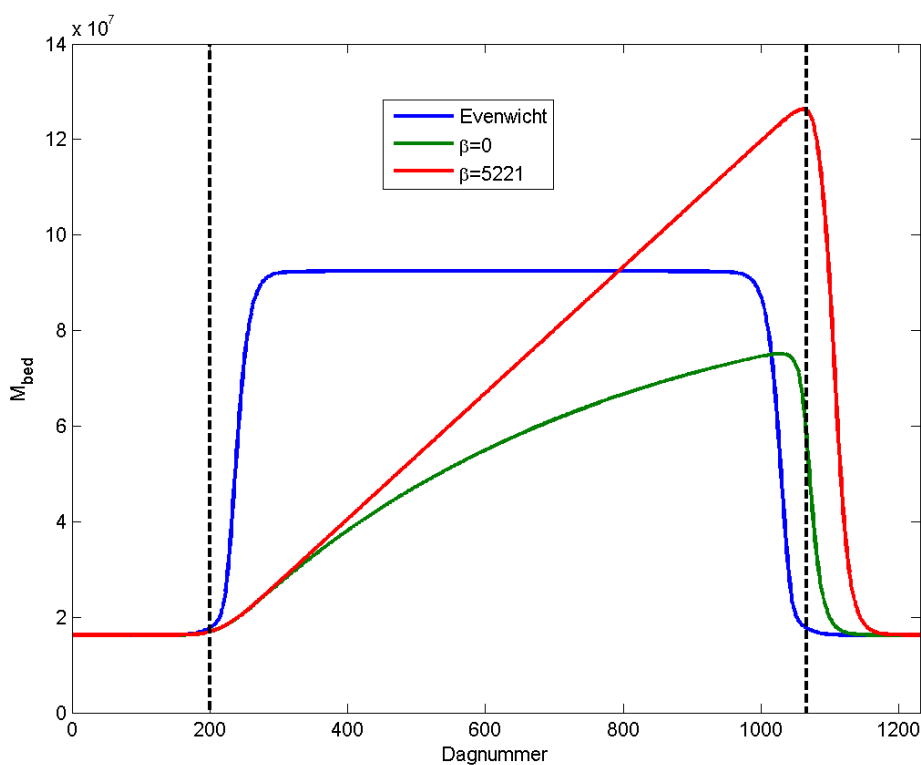
4.5.2 Massabalans voor waterkolom en bodemlaag

In Fig. 16 is het temporele verloop van de totale massa in suspensie en in de erodeerbare sedimentlaag weergegeven. Wat nu in Fig. 16a opvalt in vergelijking met Fig. 12a is dat de hoeveelheid gesuspendeerd materiaal M_{sus} voor dynamische beschikbaarheid zonder erosiegelimeerdheid ($\beta = 0$) niet een evenwicht bereikt omdat de periode met lage afvoer te kort duurt. Voor $\beta = 5221$ lijkt juist wel snel een evenwicht voor M_{sus} te worden bereikt, zij het op een relatief lage waarde. De geringe hoeveelheid materiaal in suspensie suggereert hier dat er sprake is van erosiegelimeerde condities: hierdoor wordt immers de hoeveelheid op te wervelen sediment begrensd.

Dit beeld wordt bevestigd als we naar de hoeveelheid sediment in de bodemlaag (Fig. 16b) kijken. Wederom is te zien dat de hoeveelheid sediment voor $\beta = 0$ naar een evenwicht evolueert, maar dit niet bereikt vanwege de te korte duur van de periode met lage afvoer. Voor $\beta = 5221$ neemt de hoeveelheid sediment in de sedimentlaag juist lineair toe, hetgeen karakteristiek is voor een evenwicht bij erosiegelimeerde omstandigheden.



(a) Sedimentmassa in de waterkolom



(b) Sedimentmassa in de bodemlaag

Figuur 16 – Tijdsverloop van de hoeveelheid massa in de waterkolom (M_{susp} , a) en in de bodemlaag (M_{bed} , b) voor dynamische beschikbaarheid bij $\beta = 0$ resp $\beta = 8903$.

4.5.3 Sedimenttransport bij erosielimiteerde condities

Uit het voorgaande volgt dat bij dynamische beschikbaarheid met $\beta = 0$ geen evenwicht wordt bereikt terwijl dit voor de situatie met $\beta = 5221$ wel het geval lijkt. Om dit nader te onderzoeken is in Fig. 17 voor beide gevallen het ruimtelijke verloop van het totale sedimenttransport \mathcal{F} geplot voor een drietal tijdstippen tijdens de periode met lage afvoer.

In Fig. 17a ($\beta = 0$, geen erosielimiteerdheid) zien we dat \mathcal{F} positief is, hetgeen overeenkomt met import en dus consistent is met de toename van M_{sus} en M_{bed} . Ook wordt het transport in de loop van de tijd overal kleiner. Echter, de periode met lage afvoer duurt te kort om \mathcal{F} naar nul te laten gaan.

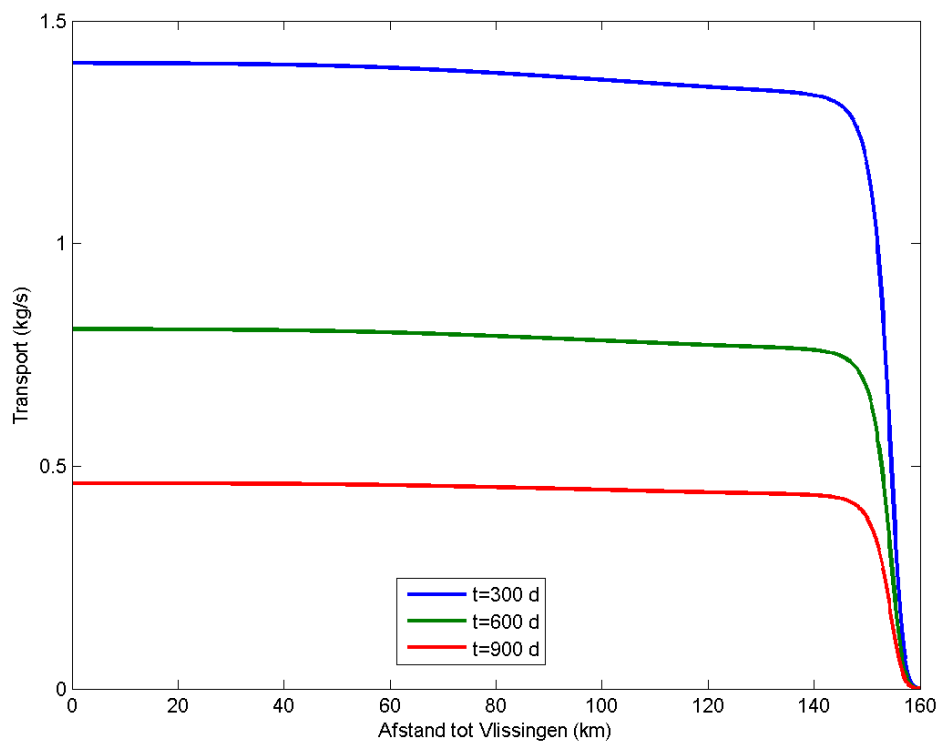
Voor de situatie met $\beta = 5221$ (Fig. 17b) zien we een geheel ander beeld. Gedurende de periode met lage afvoer stelt het transport zich snel in op een ruimtelijke verdeling die karakteristiek is een voor evenwicht met één enkel erosielimiteerd gebied (zie Sect. 3.7). Rond 154 km van Vlissingen is er een klein gebied waar erosielimiteerdheid optreedt (zie de lokale lage waarden voor $1 - \beta f$). Het sedimenttransport neemt in deze zone in stroomafwaartse richting toe tot ca. 1.5 kg/s en blijft afwaarts constant (niet getoond) zodat daar sprake is van een morfodynamisch evenwicht. Blijkbaar kan een evenwicht zich bij aanwezigheid van een erosielimiteerd gebied snel instellen. Bij $\beta = 8903$ (niet getoond) verloopt de ontwikkeling naar evenwicht sneller.

4.6 Afvoerverloop van 2009

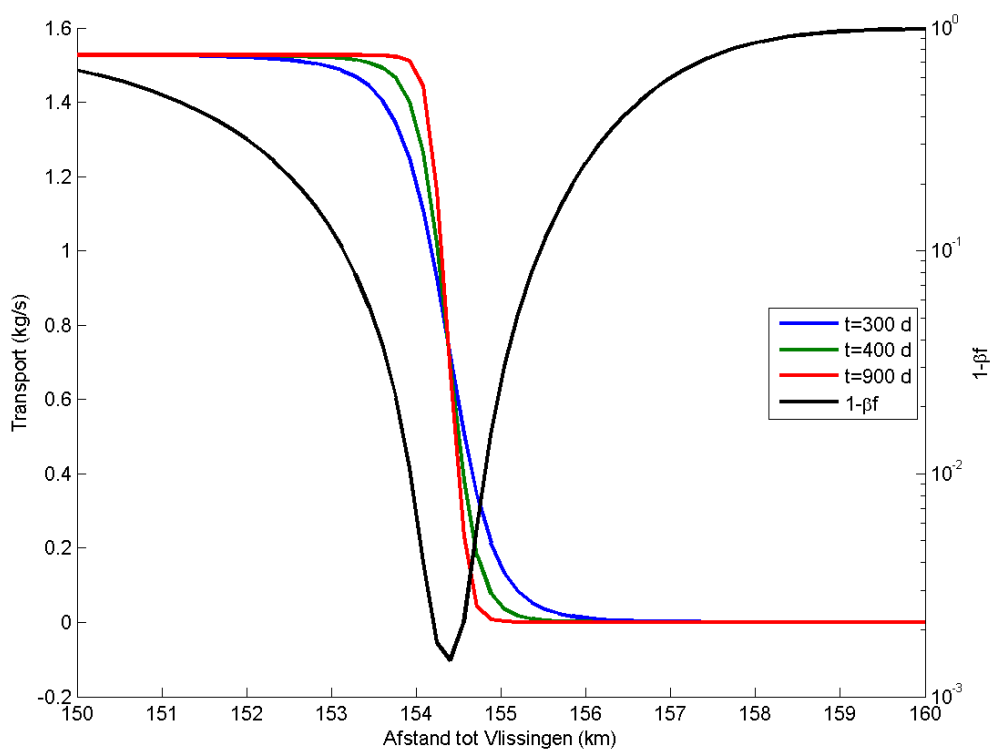
Tot slot beschouwen we het gefilterde afvoerverloop te Melle voor 2009 (zie Sect. 4.3.3). Hierbij treden afvoervariaties op die veel korter zijn dan de aanpassingstijdschaal (zie Fig. 9).

4.6.1 Ruimtelijke correlatie

In Fig. 18 is de ruimtelijke correlatie C_{fa} geplot voor drie waarden van β . Hierbij is ook aangegeven wanneer de afvoer minimaal is (ca. $10 \text{ m}^3/\text{s}$). Wederom blijkt de overeenkomst tussen de sedimentverdeling bij dynamische beschikbaarheid enerzijds en de verdeling bij morfodynamisch evenwicht anderzijds behoorlijk goed, enkel bij toename van de afvoer zien we weer een sterke afname van de correlatie, en deze afname is groter wanneer β hoger is. Opmerkelijk is dat de correlatie hoog is als de afvoer heel laag is. Dit is opmerkelijk aangezien bij minimale afvoer ($Q \approx 10 \text{ m}^3/\text{s}$) de aanpassingstijdschaal ruim 1500 jaar bedraagt! In Fig. 19 is daarom de ruimtelijke verdeling van de erodeerbaarheid $f(x)$ en de beschikbaarheid a_{eq} bij minimale afvoer weergegeven. Merk op dat al deze grootheden sterk gelokaliseerd zijn nabij de opwaartse rand. Wat nu opvalt is dat de waarden voor de erodeerbaarheid ordes van grootte kleiner zijn dan de sedimentbeschikbaarheid onder evenwicht. Echter, de ruimtelijke correlatie is groot omdat alle grootheden tussen 155 en 160 een maximum hebben. Daarbij is de overeenkomst met a_{eq} bij lage β wat beter omdat de locatie van de maxima beter samenvalt.

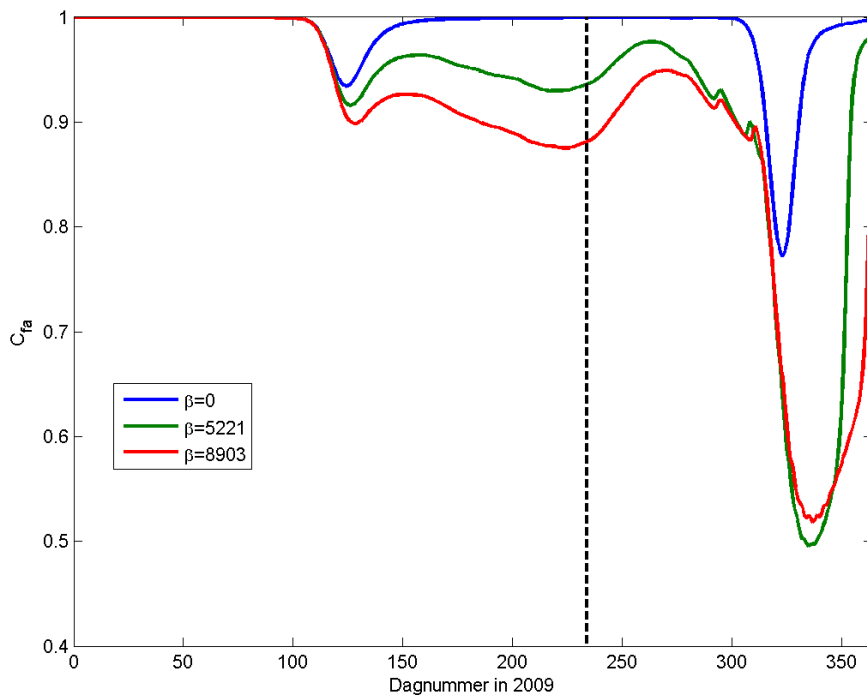


(a) $\beta = 0$

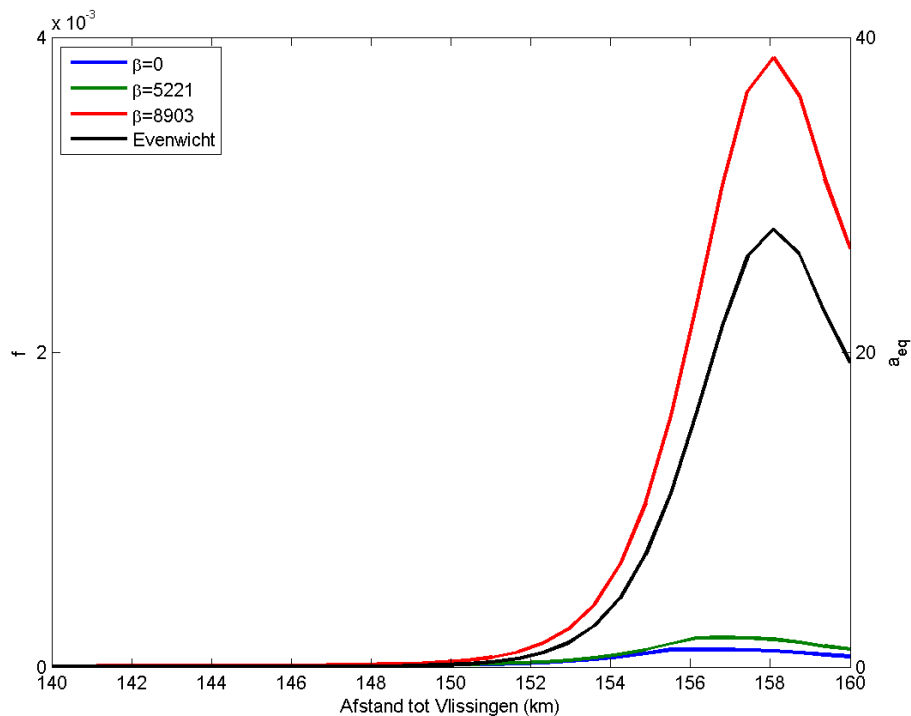


(b) $\beta = 5221$

Figuur 17 – Ruimtelijk verloop van het transport (\mathcal{F}) voor drie verschillende tijdstippen bij (a) $\beta = 0$ (b): $\beta = 5221$. Voor het laatste geval is ook de grootte $1 - \beta f$ getoond (zwarte curve).



Figuur 18 – Temporele verloop van de ruimtelijke correlatie C_{fa} voor $\beta = 0$, $\beta = 5221$ en $\beta = 8903$ bij het afvoerverloop uit 2009. De verticale zwarte stippellijn geeft het tijdstip weer waarop de afvoer te Melle minimaal is (zie Fig. 9).



Figuur 19 – Ruimtelijk verloop van de erodeerbaarheid f en de evenwichtsbeschikbaarheid a_{eq} voor het afvoerverloop uit 2009, ten tijde van minimale afvoer. Merk op dat enkel het gebied opwaarts van 140 km van Vlissingen is getoond: de genoemde grootheden zijn meer afwaarts verwaarloosbaar klein.

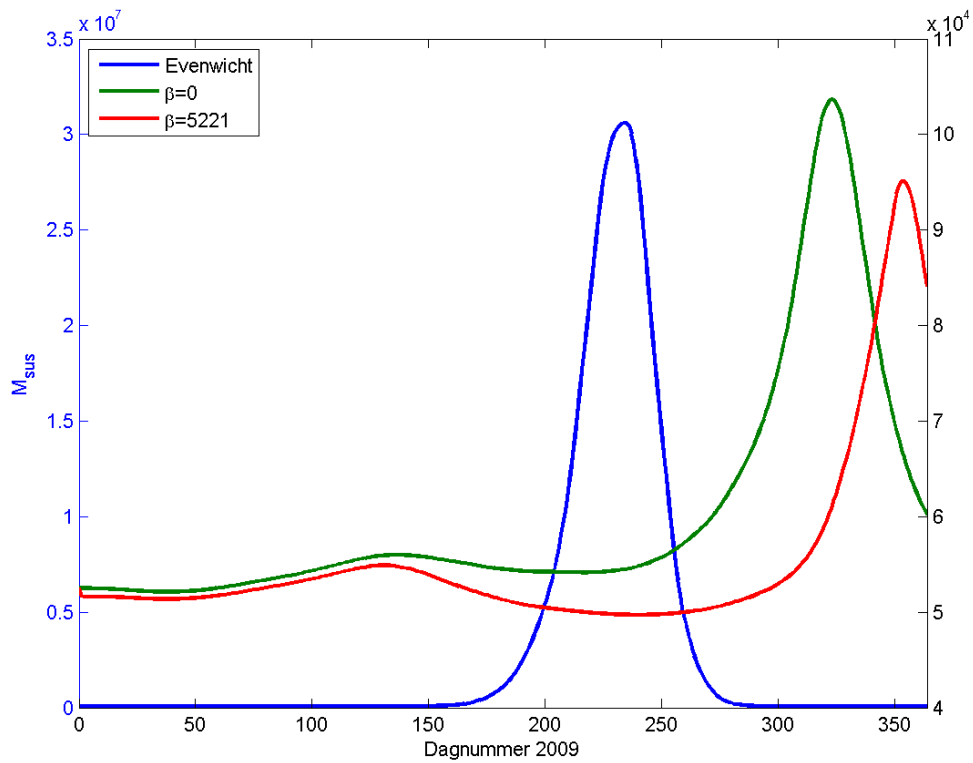
4.6.2 Massabalans voor waterkolom en bodemlaag

De hoeveelheid sediment in de waterkolom (Fig. 20a) volgt onder evenwichtscondities direct de afvoer en piekt derhalve wanneer deze minimaal is. Bij dynamische beschikbaarheid is de hoeveelheid sediment in eerste instantie min of meer constant maar neemt na ongeveer 300 dagen sterk toe als de afvoer toeneemt. Merk op dat bij dynamische beschikbaarheid tijdens de droge periode veel minder sediment in de waterkolom aanwezig is als onder evenwichtscondities. Dit komt enerzijds doordat de sedimentverdeling met traagheid reageert op veranderingen in de afvoer (en zich derhalve niet instantaan aan de evenwichtssituatie kan aanpassen), anderzijds zal erosiegelimiteerdheid ook de maximale hoeveelheid sediment beperken. De sedimentmassa op de bodem (M_{bed}) vertoont bij dynamische beschikbaarheid zowel met als zonder erosiegelimiteerdheid een toename in de tijd, die pas afneemt nabij het einde van de simulatie als de afvoer hoger wordt.

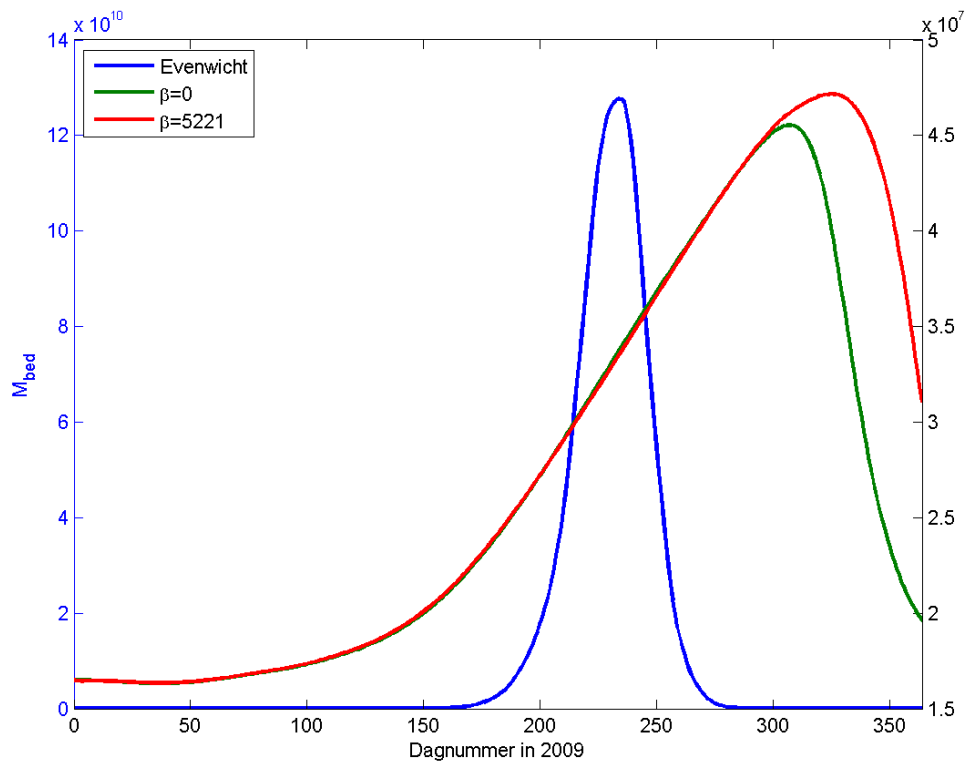
4.6.3 Sedimenttransport bij erosiegelimiteerde condities

Hierboven is al opgemerkt dat de instantane sedimentverdeling en de verdeling bij morfodynamisch evenwicht ook bij lage afvoer een sterke gelijkend kwalitatief verloop kennen. Hier zal voor lage afvoer het sedimenttransport \mathcal{F} worden besproken voor dynamische beschikbaarheid zonder en met erosiegelimiteerde condities. Bij dynamische beschikbaarheid zonder erosiegelimiteerdheid ($\beta = 0$, Fig. 21a) is het sedimenttransport over een groot deel van het bekken nagenoeg constant en positief. Sediment wordt hier geïmporteerd en zal achterin het bekken accumuleren. Dit is geen situatie die overeenkomt met een evenwicht in de sedimentverdeling. Bij erosiegelimiteerde condities (Fig. 21b) is \mathcal{F} afwaarts van 150 km ook redelijk constant maar nu vormt zich rond 156 km een erosiegelimiteerde zone waarin het geïmporteerde sediment kan neerslaan. Ook dit is evenwel nog geen evenwichtssituatie, aangezien dan $\partial\mathcal{F}/\partial x$ overal negatief moet zijn binnen een erosiegelimiteerd gebied (zie Sect. 3.7).

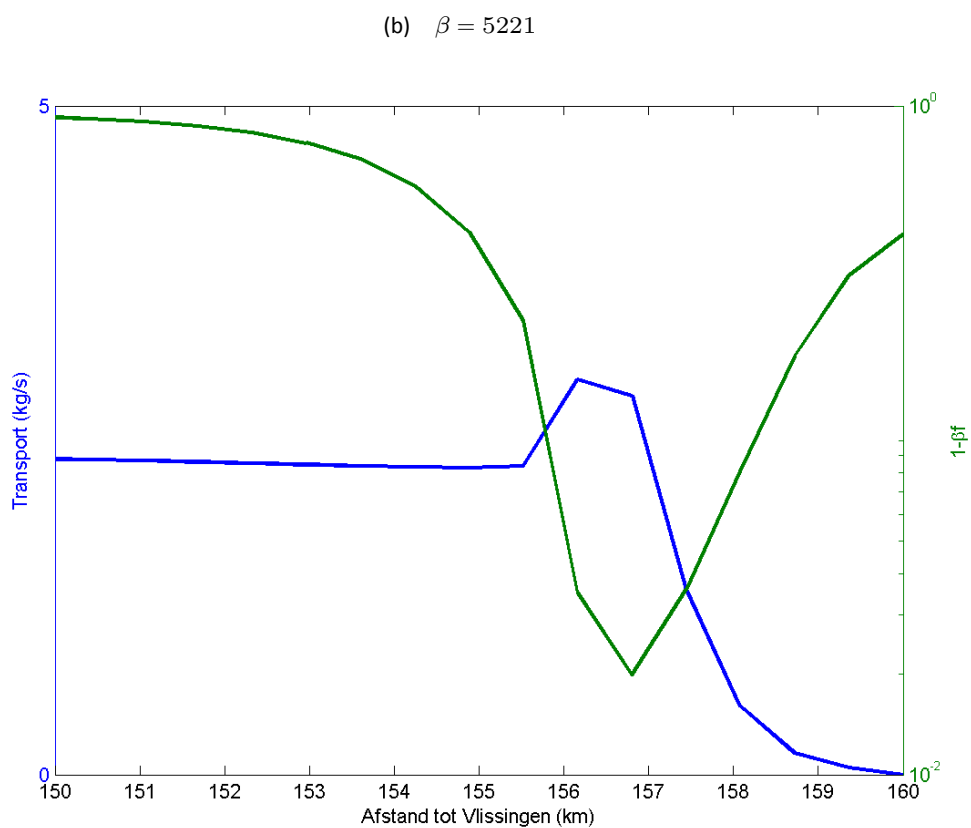
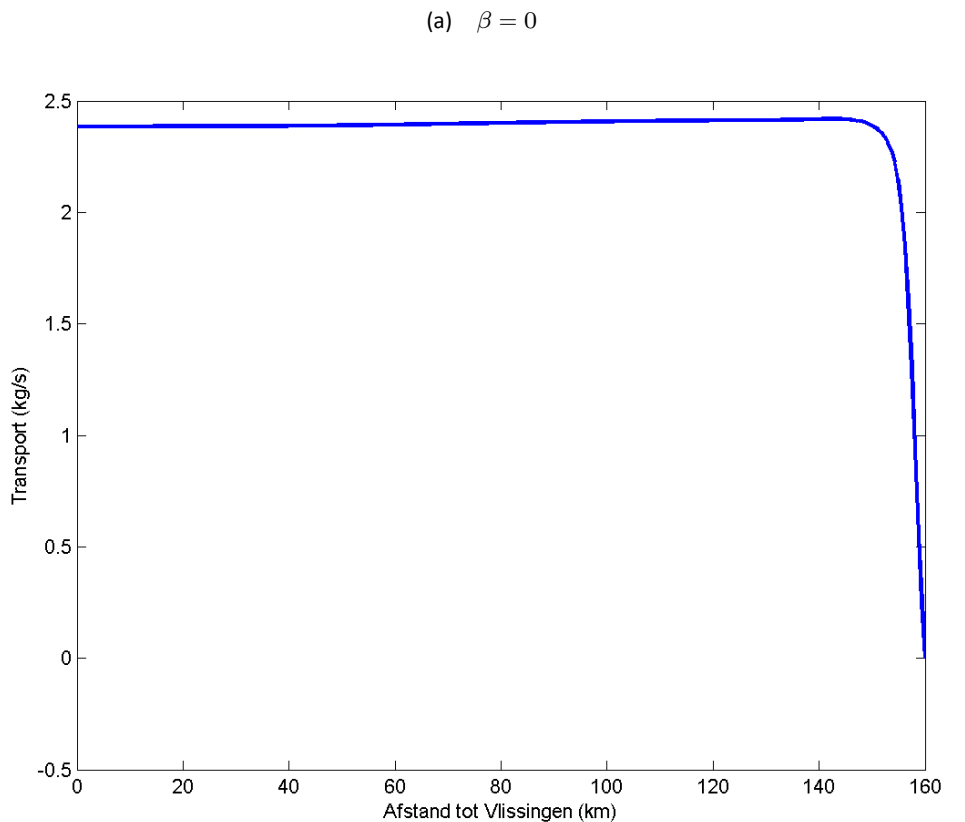
(a) Sedimentmassa in de waterkolom



(b) Sedimentmassa in de sedimentlaag



Figuur 20 – Tijdsverloop van de hoeveelheid massa in de waterkolom (a) en in de sedimentlaag (M_{bed} , b) voor evenwicht en voor dynamische beschikbaarheid bij $\beta = 0$ en $\beta = 8903$.



Figuur 21 – Ruimtelijk verloop van het instantane transport (\mathcal{F}) op dagnummer 235 in 2009, wanneer de afvoer haar minimum bereikt. Paneel (a): $\beta = 0$, paneel (b): $\beta = 5221$. Voor het laatste geval is ook de grootheid $1 - \beta f$ getoond (blauwe curve).

4.7 Bespreking van de belangrijkste bevindingen

Hieronder zullen de meest opvallende resultaten uit de experimenten in Secties 4.4, 4.5 en 4.6 worden besproken.

Wat opvalt is dat de ruimtelijke verdeling van de erodeerbaarheid kwalitatief doorgaans goed overeenkomt met de beschikbaarheid indien morfodynamisch evenwicht wordt aangenomen, ook als de aanpassingstijd T_{adapt} voor dit evenwicht lang is. Dit is met name goed zichtbaar in Fig. 19. De aanpassingstijdschaal is blijkbaar geen accurate maat om aan te geven of morfodynamisch evenwicht wel of niet zal optreden. Eerder lijkt T_{adapt} aan te geven wanneer een evenwichtssituatie *kwantitatief* (dus uniform) wordt bereikt. De *kwalitatieve* sedimentverdeling (vorming van ruimtelijke maxima en minima) vindt blijkbaar op een veel kortere tijdschaal plaats. Hieruit volgt dat het gebruik van de morfodynamische evenwichtsaanname een goede methode is om locaties van ETMs te achterhalen.

Daarnaast lijkt een hybride evenwichtsverdeling van sediment - waarbij zowel beschikbaarheidsgelimiteerde gebieden met morfodynamisch evenwicht als erosiegelimiteerde zones voorkomen - zich aanmerkelijk sneller in te stellen dan een puur morfodynamisch evenwicht. Dit is goed zichtbaar in Fig. 17 waarin het morfodynamische evenwicht ($\beta = 0$) niet wordt bereikt maar het evenwicht met erosiegelimiteerde locaties ($\beta = 5221$) juist wel. Een reden hiervoor kan zijn dat het morfodynamisch evenwicht pas optreedt als \mathcal{F} naar nul gaat terwijl een evenwicht met erosiegelimiteerde gebieden een eindig sedimenttransport op de zeerand vergt, hetgeen doorgaans minder tijd vergt. Inderdaad laat Fig. 17b zien dat evenwicht bij erosiegelimiteerdheid optreedt als $\mathcal{F} \approx 1.5 \text{ kg/s}$. Dit is een waarde van \mathcal{F} die zonder erosiegelimiteerdheid al rond 300 dagen is bereikt (zie Fig. 17a), zodat het niet vreemd is dat het hybride evenwicht zich sneller kan instellen. Merk overigens op dat evenwichten met erosiegelimiteerde zones een hoge waarde voor C_{fa} hebben, zie bijvoorbeeld Figs. 13b en 17b die beide een ruimtelijke correlatie van meer dan 0.9 laten zien. Dit komt mede doordat erosiegelimiteerde gebieden daar optreden waar $d(BT)/dx$ negatief is, en dat zijn juist ook de gebieden waar onder de a priori aanname van morfodynamisch evenwicht sediment zal accumuleren.

Ook opmerkelijk is dat de ruimtelijke correlatie C_{fa} bij toename van afvoer significant lager is dan bij afname. De sedimentverdeling kan de morfodynamische evenwichtsverdeling dus beter volgen bij afnemende afvoer dan bij toenemende afvoer. Dit effect is met name bij erosiegelimiteerdheid zichtbaar en kan worden begrepen door de tijdsevolutie van de erodeerbaarheid te beschouwen. Uit Vgl. (31) volgt met (28) dat $f(x, t)$ voldoet aan

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\Gamma \frac{(1 - \beta f)^2}{B} \frac{\partial}{\partial x} \left[BTf + BF \frac{\partial f}{\partial x} \right]. \quad (49)$$

Nu treedt bij lage afvoer erosiegelimiteerdheid op, dat wil zeggen dat $f(x, t)$ lokaal de maximale waarde $1/\beta$ dicht nadert. Indien vervolgens de afvoer weer toeneemt dan reageert het sediment in een dergelijke zone trager dan in het gebied daarbuiten. Immers, omdat $1 - \beta f$ klein is zal de erodeerbaarheid (en daarmee de sedimentconcentratie) in eerste instantie langzaam reageren. Dit verschijnsel is goed te zien wanneer we Figs. 11b en 11d vergelijken of Figs. 15b en 15d. We zien dan dat het ruimtelijke verloop van erodeerbaarheid zonder erosiegelimiteerdheid ($\beta = 0$) de twee maxima laat zien die ook in de evenwichtsbeschikbaarheid a_{eq} optreden. Onder erosiegelimiteerde omstandigheden is er daarentegen een sterk gepiekt maximum aan de opwaartse rand terwijl de beschikbaarheid zich veel meer afwaarts bevindt. Het lijkt er dus op alsof sediment na een lage afvoer door capping "langer blijft hangen", en dit is consistent met de tragere respons die in Vgl. (49) optreedt bij erosiegelimiteerdheid. Bij hoge afvoer is doorgaans sprake van een globaal beschikbaarheidsgelimiteerd systeem: de sedimentconcentraties zijn dan immers niet zo hoog (zie Sect. 4.2) zodat de erodeerbaarheid bij daling van de afvoer de evenwichtsverdeling van de beschikbaarheid beter kan volgen. Dit verklaart waarom de correlatie C_{fa} hoger is bij dalende afvoer dan bij toenemende afvoer.

De trage respons van de sedimentverdeling door erodeerbaarheid verklaart ook de sterke toename in de hoeveelheid gesuspendeerd materiaal in Fig. 12a, Fig. 16a en Fig. 20a als de afvoer weer toeneemt. Bij instantaan morfodynamisch evenwicht zal de opwaartse ETM zich bij toenemende afvoer zeewaarts verplaatsen (zie Fig. 6) waarbij sediment het systeem uitgaat (zie ook de evenwichten in Fig. 12a en Fig. 16a). Echter, deze respons is bij dynamische erodeerbaarheid niet instantaan en bij erosiegelimiteerde omstandigheden nog in versterkte mate vertraagd. In het laatste geval dient eerst een deel van de erosiegelimiteerde bodemlaag opnieuw in sus-

pensie te geraken zodat er een globaal beschikbaarheidsgedomineerd estuarium ontstaat dat sneller reageert op externe veranderingen. De zeewaartse verschuiving van de sedimentpiek wordt zo dus vertraagd ten opzichte van de evolutie onder instantaan evenwicht. Gedurende deze vertraagde evolutie is er geen sprake van morfodynamisch evenwicht en wordt voortdurend sediment geïmporteerd. De totale hoeveelheid sediment in het bekken is daardoor groter dan onder instantaan evenwicht. Pas als de afvoer bij een relatief hoge waarde (waar geen erosielimiteerdheid optreedt) constant wordt kan de sedimentverdeling een morfodynamisch evenwicht bereiken en wordt dit overschot aan materiaal weer geëxporteerd.

5 Conclusies

In dit rapport is het eerdere sedimentmodel van Chernetsky *e.a.*, 2010 en rapport 1.4 uitgebreid met een dynamische beschrijving voor beschikbaarheid. Dit betekent dat voor het bepalen van de sedimentverdeling langsheen een getjebekken niet langer a priori hoeft te worden aangenomen dat het sediment zich verdeelt volgens de aanname dat de sedimentlaag op de bodem onveranderlijk is (morfodynamisch evenwicht). De uitbreiding bestaat uit een massabalans voor de erodeerbare bodemlaag op basis van de Exnervergelijking, waardoor de beschikbaarheid feitelijk is gerelateerd aan de dikte van deze sedimentlaag. Daarnaast wordt ook de erodeerbaarheid (en daarmee de sedimentconcentratie) begrensd door er rekening mee te houden dat bij hoge beschikbaarheid (veel sediment op de bodem) niet al het materiaal ook beschikbaar is voor erosie. Hierdoor wordt voorkomen dat de sedimentconcentratie onrealistisch hoge waarden kan aannemen, hetgeen vaak een probleem is met de morfodynamische evenwichtsaanpak.

Door gebruik van deze formulering kunnen doorheen een estuarium twee verschillende situaties optreden. De eerste situatie is beschikbaarheidsgelimeerdheid waarbij de erosieflux afhangt van de hoeveelheid sediment op de bodem. Deze situatie komt overeen met een relatief dunne erodeerbare sedimentlaag. Daarnaast kunnen er ook erosiegelimeerde gebieden voorkomen, waarbij de bodemlaag zo dik is dat de erodeerbaarheid haar maximale waarde aanneemt. De erosieflux wordt dan uitsluitend bepaald door de lokale hydraulische condities.

Op basis van formulering van de dynamische beschikbaarheid kunnen de volgende conclusies worden getrokken:

1. Bij globale beschikbaarheidsgelimeerde condities treedt bij constante forcering (afvoer) het morfodynamische evenwicht uit rapport 1.4 op. Dit evenwicht is stabiel.
2. Bij lage afvoer ontstaan gebieden waar erosiegelimeerde condities voorkomen en de sedimentconcentratie begrensd is. Bij constante afvoer stelt zich dan een dynamisch evenwicht in waarbij de getijgemiddelde sedimentconcentratie niet verandert maar de sliblaag in de erosiegelimeerde zones lineair blijft aangroeien. Deze aangroei wordt gebalanceerd door een voortdurende import van sediment via de zeewaartse rand. Buiten de erosiegelimeerde gebieden voldoet de sedimentverdeling aan de morfodynamische evenwichtsvoorwaarde.
3. Erosiegelimeerde evenwichtscondities kunnen enkel optreden in gebieden waar aan de voorwaarde

$$\frac{\partial}{\partial x}(BT) < 0,$$

is voldaan. Hierbij is T de zgn. transportfunctie (zie Chernetsky *e.a.*, 2010 of rapport 1.4) die het sedimenttransport per breedte-eenheid geeft voor een constante ruimtelijke erodeerbaarheid.

Het nieuwe sedimentmodel is toegepast op de Schelde tussen Vlissingen en Gentbrugge. Dit gaf de volgende resultaten:

1. Bij lage beschikbaarheid kan een globaal morfodynamisch evenwicht optreden. De aanpassingstijdschaal T_{adapt} waarop dit evenwicht zich instelt hangt evenwel sterk af van de rivierafvoer. Bij relatief hoge afvoeren ($Q \gtrsim 30 \text{ m}^3/\text{s}$) bedraagt deze tijdschaal 1 – 3 weken, bij lagere afvoeren neemt T_{adapt} zeer sterk toe.
2. De ruimtelijke correlatie C_{fa} (zie Sect. 4.3.4) is een bruikbare maat voor de overeenkomst tussen het longitudinale verloop van erodeerbaarheid enerzijds en de beschikbaarheidsverdeling bij morfodynamisch evenwicht anderzijds. Het geeft met name aan in hoeverre de posities van maxima in beide gevallen overeenkomen. Het is echter geen kwantitatieve indicator aangezien het niet aangeeft of deze grootheden voor wat betreft hun waarde overeenkomen.

3. Doorgaans blijkt de ruimtelijke correlatie vrij hoog te zijn ($\gtrsim 0.8$), behalve als de afvoer na een periode met lage waarden weer toeneemt. Dit wordt veroorzaakt doordat er bij lage afvoer erosiegelimiteerde zones ontstaan die in eerste instantie traag reageren als de rivierafvoer weer stijgt. Deze vertraagde respons hangt samen met het feit dat eerst een deel van het sediment in de erosiegelimiteerde bodemlaag opnieuw in suspensie moet geraken zodat er beschikbaarheidsgelimitereerde condities zullen optreden.
4. Ook bij zeer lage afvoer is er een sterke ruimtelijke overeenkomst tussen sedimentverdelingen bij morfodynamisch evenwicht en bij dynamische beschikbaarheid. De concentraties zijn bij morfodynamisch evenwicht echter ordes van grootte hoger.
5. Evenwichten met erosiegelimiteerde gebieden stellen zich doorgaans veel sneller in dan globale morfodynamische evenwichten. Eenmaal gevormd reageren zij echter veel trager op veranderingen in de rivierafvoer (zie conclusie 3 hierboven).
6. Door deze tragere respons wordt bij toename van de afvoer na een droge periode tijdelijk sediment via de zeerand geïmporteerd. Dit materiaal wordt bij aanhoudende hogere afvoer ook weer uit het systeem verwijderd.

Referenties

- Brouwer, R. L.; Schramkowski, G. P.; Mostaert, F.** (2022). Geïdealiseerde processtudie van systeemovergangen naar hypertroebelheid. WP 1.4 Basismodel sediment. Versie 4.0. *WL Rapporten*, 13_103_5. Waterbouwkundig Laboratorium: Antwerpen, België
- Brouwer, R. L.; Schramkowski, G. P.; Verwaest, T.; Mostaert, F.** (2017). Geïdealiseerde processtudie van systeemovergangen naar hypertroebelheid. WP 1.3 Basismodel getij en zout. Versie 2.0. *WL Rapporten*, 13_103_3. Waterbouwkundig Laboratorium: Antwerpen, België
- Brouwer, R. L.; Schramkowski, G. P.; Dijkstra, Y. M.; Schuttelaars, H. M.** (2018). Time Evolution of Estuarine Turbidity Maxima in Well-Mixed, Tidally Dominated Estuaries: The Role of Availability- and Erosion-Limited Conditions. *Journal of Physical Oceanography* 48 (8): 1629–1650 pp. DOI: 10.1175/JPO-D-17-0183.1. eprint: <https://doi.org/10.1175/JPO-D-17-0183.1>
- Chernetsky, A. S.** (2012). Trapping of sediment in tidal estuaries. (phdthesis). Delft University of Technology
- Chernetsky, A. S.; Schuttelaars, H. M.; Talke, S. A.** (2010). The effect of tidal asymmetry and temporal settling lag on sediment trapping in tidal estuaries. *Ocean Dynamics* 60 (5): 1219–1241 pp. DOI: 10.1007/s10236-010-0329-8
- Coen, L.; De Maerschalck, B.; Plancke, Y.; Verwaest, T.; Mostaert, F.** (2016). Sedimentstrategie Beneden-Zeeschelde. Deelrapport 1 – Opzet en validatie slibmodel. Versie 4.0. *WL Rapporten*, 14_025. Waterbouwkundig Laboratorium: Antwerpen, België
- de Swart, H.; Zimmerman, J.** (2009). Morphodynamics of tidal inlet systems. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 41: 203–229 pp.
- Dijkstra, Y. M.** (2022). Investigation into the non-linear hydrodynamical processes in the Scheldt River: Idealised processes study. Version 4.0. *FHR Reports*, 15_039_1. Flanders Hydraulics Research: Antwerp, Belgium
- Dijkstra, Y. M.; Schuttelaars, H. M.; Schramkowski, G. P.; Brouwer, R. L.** (2019). Modeling the transition to high sediment concentrations as a response to channel deepening in the Ems River Estuary. *Journal of Geophysical Research: Oceans* 124: 1578–1594 pp.
- Friedrichs, C. T.; Armbrust, B. D.; De Swart, H. E.** (1998). Hydrodynamics and equilibrium sediment dynamics of shallow, funnel-shaped tidal estuaries. *in*: Dronkers, J.; Scheffers, M. (Eds.). *Physics of Estuaries and Coastal Seas*. PECS 1996. Balkema: Rotterdam. 337–343 pp.
- Groen, P.** (1967). On the residual transport of suspended matter by an alternating tidal current. *Neth. J. Sea Res.* 3: 564–575 pp.
- Jalon Rojas, I.** (2016). Évaluation des changements hydro-sédimentaires de l'estuaire de la Gironde en lien avec les pressions sur le milieu. (phdthesis). University of Bordeaux, France
- Jay, D. A.; Musiak, J.** (1994). Particle trapping in estuarine tidal flows. *J. Geophys. Res.* 99: 20445–61 pp.

- Maris, T.; Oosterlee, L.; Meire, P.** (2015). Onderzoek naar de gevolgen van het Sigmaplan, baggeractiviteiten en havenuitbreiding in de Zeeschelde op milieu. Geïntegreerd eindverslag van het onderzoek verricht in 2013. *techreport*, ECOBE 015-R173. Universiteit Antwerpen
- McCarthy, R. K.** (1993). Residual Currents in Tidally Dominated, Well-mixed Estuaries. *Tellus 45A*: 325–340 pp.
- Postma, H.** (1954). Hydrography of the Dutch Wadden Sea. *Arch. Neerl. Zool. 10*: 405–511 pp.
- Savitzky, A.; Golay, M. J. E.** (1961). Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures. *Analytical Chemistry 36(8)*: 1627–1639 pp.
- Schramkowski, G. P.; Brouwer, R. L.; Plancke, Y.; Bellafkih, K.** (2022). Geïdealiseerde processtudie van systeemovergangen naar hypertroebelheid. WP 4.1 Hindered settling. Versie 4.0. *WL Rapporten, 13_103_11*. Waterbouwkundig Laboratorium: Antwerpen, België
- Schramkowski, G. P.; Brouwer, R. L.; Verwaest, T.; Mostaert, F.** (2017a). Geïdealiseerde processtudie van systeemovergangen naar hypertroebelheid. WP 2.1 Modelopzet scenario's stortstrategie Beneden-Zeeschelde. Versie 2.0. *WL Rapporten, 13_103_2*. Waterbouwkundig Laboratorium: Antwerpen, België
- Schramkowski, G. P.; Brouwer, R. L.; Verwaest, T.; Mostaert, F.** (2017b). Geïdealiseerde processtudie van systeemovergangen naar hypertroebelheid. WP 2.2 Gevoeligheidsonderzoek en vergelijking tussen Zeeschelde en Eems. Versie 2.0. *WL Rapporten, 13_103_4*. Waterbouwkundig Laboratorium: Antwerpen, België
- Simpson, J.; Brown, J.; Matthews, J.; Allen, G.** (1990). Tidal Straining, Density Currents, and Stirring in the Control of Estuarine Stratification. *Estuaries 13*: 125–132 pp.
- Stacey, M. T.; Fram, J. P.; Chow, F. K.** (2008). Role of tidally periodic density stratification in the creation of estuarine subtidal circulation. *Journal of Geophysical Research: Oceans 113 (C8)*. DOI: 10.1029/2007JC004581. eprint: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1029/2007JC004581>
- Talke, S.; Swart, H. de; Jonge, V. de** (2009). An Idealized Model and Systematic Process Study of Oxygen Depletion in Highly Turbid Estuaries. *32 (4)*: 602–620 pp.
- Vandenbruwaene, W.; Vanlede, J.; Plancke, Y.; Verwaest, T.; Mostaert, F.** (2016). Slibbalans Zeeschelde: Deelrapport 4 - Historische evolutie SPM. Versie 6.0. *WL Rapporten, 00_029_4*. Waterbouwkundig Laboratorium & Antea: Antwerpen
- Warner, J. C.; Geyer, W. R.; Lerczak, J. A.** (2005). Numerical modeling of an estuary: A comprehensive skill assessment. *J. Geophys. Res. 110*: C05001 pp.

DEPARTEMENT **MOBILITEIT & OPENBARE WERKEN**
Waterbouwkundig Laboratorium

Berchemlei 115, 2140 Antwerpen

T +32 (0)3 224 60 35

F +32 (0)3 224 60 36

waterbouwkundiglabo@vlaanderen.be

www.waterbouwkundiglaboratorium.be